

### Exercice 6

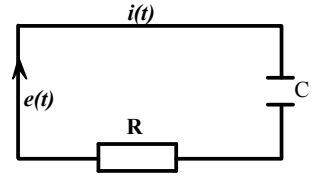
On se propose dans cette partie d'obtenir l'intensité  $i$  du courant dans le circuit ci-dessous lorsqu'il est alimenté par le signal d'entrée  $e \mapsto e(t)$ . L'équation permettant de trouver l'intensité du

courant est, pour  $t \in [0; +\infty[$ ,  $Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(u) du = e(t)$  (1)

Pour déterminer la fonction  $i$  on remplace le signal d'entrée  $e(t)$

définie par :  $e(t) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin t - \frac{2}{3\pi} \cos 2t$ . L'équation (1) devient alors :

$Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(u) du = e(t) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin t - \frac{2}{3\pi} \cos 2t$  (2). On admet que l'intensité  $i$  du courant est une fonction dérivable sur  $[0; +\infty[$ . On suppose dans toute la suite de l'exercice que  $R = 5000 \Omega$  et  $C = 10^{-4} F$ .



1. Montrer que l'équation (2) peut alors se transformer et s'écrire : 
$$\begin{cases} i'(t) + 2i(t) = 10^{-4} \cos t + \left( \frac{4}{15\pi} \times 10^{-3} \right) \sin 2t \\ t \in [0; +\infty[ \end{cases} \quad (3)$$

2. Vérifier que la fonction  $i_1$ , telle que  $i_1(t) = (4 \times 10^{-5}) \cos t + (2 \times 10^{-5}) \sin t$  est une solution particulière de l'équation différentielle : 
$$\begin{cases} i'(t) + 2i(t) = 10^{-4} \cos t \\ t \in [0; +\infty[ \end{cases}$$

3. Déterminer une solution particulière  $i_2$  de l'équation différentielle : 
$$\begin{cases} i'(t) + 2i(t) = \left( \frac{4}{15\pi} \times 10^{-3} \right) \sin 2t \\ t \in [0; +\infty[ \end{cases}$$

4. Résoudre alors l'équation différentielle (3). En déduire la solution particulière vérifiant la condition  $i(0) = 0$ .