

Exercice 7

Un embrayage vient appliquer, à l'instant $t = 0$, un couple résistant constant sur un moteur dont la vitesse à vide est de 150 rad/s. On note $w(t)$, la vitesse de rotation du moteur à l'instant t .

La fonction w est solution de l'équation différentielle : $\frac{1}{200}y'(t) + y(t) = 146$ (1) ; où y désigne une fonction dérivable de la variable réelle positive t .

1. (a) Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (1). On cherchera une solution particulière constante.

(b) Sachant que $w(0) = 150$, montrer que $w(t) = 146 + 4e^{-200t}$ pour tout $t \in [0; +\infty[$

2. (a) On note $w_\infty = \lim_{t \rightarrow +\infty} w(t)$. Déterminer la perte de vitesse $w_\infty - w_0$ due au couple résistant.

(b) On considère que la vitesse du moteur est stabilisée lorsque l'écart relatif $\left| \frac{w(t) - w_\infty}{w_\infty} \right|$ est inférieur à 1%.

Calculer le temps mis par le moteur pour stabiliser sa vitesse. On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie au millième