

Devoir d'antennes - Corrigé

Parcours: RTEL 2

Durée: 2h

Les quatre (04) exercices de ce devoir sont indépendants les uns des autres. Une attention particulière sera accordée à la propreté de votre copie, la clarté et la concision de vos propos. Lisez tout l'énoncé avant de commencer.

AUCUN DOCUMENT AUTORISE NI ANNEXE

Exercice 1 :

Généralités sur le rayonnement

04.5 pts

Répondre par **Vrai (V)** ou **Faux (F)** aux affirmations suivantes (**0.5 pts par réponse juste**) :

1. Une antenne isotrope est une antenne à diagramme de rayonnement unidirectionnel. **(F)**
2. L'unité de mesure de l'intensité de rayonnement est le [Watt unité d'angle solide]. **(V)**
3. Le gain isotrope d'une antenne est toujours supérieur ou égal à sa directivité. **(F)**
4. Lorsqu'il est exprimé en dB pour une antenne donnée, un gain peut être négatif. **(V)**
5. L'intensité de rayonnement est la moyenne de puissance rayonnée dans toutes les directions de l'espace. **(V)**
6. La moyenne temporelle du vecteur de Poynting représente la densité de puissance par unité de surface. **(V)**
7. Des charges transitant sur un métal droit à vitesse constante produisent du rayonnement. **(F)**
8. Dans une structure en résonance, les charges oscillent en permanence, créant un flux de rayonnement continu. **(V)**
9. Si les charges rencontrent une discontinuité (rupture, courbure, ...) leur vitesse change, il n'y a alors pas de rayonnement. **(F)**

Exercice 2 :

Intensité de rayonnement

04 pts

L'intensité de rayonnement normalisée d'une antenne est rotationnellement symétrique dans la direction des φ et est exprimée par :

$$U = \begin{cases} 1 & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6} \\ 0.25 & \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \\ 0 & \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ 0.25 & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4} \\ 0 & \frac{3\pi}{4} \leq \theta \leq \pi \end{cases}$$

1. Calculer la directivité de l'antenne en **dB** en prenant l'antenne isotrope comme référence

La directivité de l'antenne en prenant l'antenne isotrope comme référence est exprimée par :

$$D_0 = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{\text{ray}}} = \frac{U_{\max}}{U_0}$$

La puissance rayonnée est donnée par la formule suivante :

$$P_{\text{ray}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U \sin\theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} U \sin\theta d\theta = 2\pi \int_0^{\pi} U \sin\theta d\theta$$

$$\text{A.N. : } P_{\text{ray}} = 2\pi \left\{ \int_0^{\pi/6} \sin\theta d\theta + \frac{1}{4} \int_{\pi/6}^{\pi/3} \sin\theta d\theta + \frac{1}{4} \int_{\pi/2}^{3\pi/4} \sin\theta d\theta \right\} = 2\pi \left\{ \left[-\cos\theta \right]_0^{\pi/6} + \frac{1}{4} \left[-\cos\theta \right]_{\pi/6}^{\pi/3} + \frac{1}{4} \left[-\cos\theta \right]_{\pi/2}^{3\pi/4} \right\}$$

$$P_{\text{ray}} = 2\pi \left\{ \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right] + \frac{1}{4} \left[-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + 0 \right] \right\}$$

$$P_{\text{ray}} = \frac{\pi}{4} (7 - 3\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2.5275 \text{ W}$$

La directivité de l'antenne est donc :

A.N. :

$$D_0 = \frac{4\pi \times 1}{2.5275} = 4.9719 = 6.9652 \text{ dB}$$

2. Calculer la directivité de l'antenne en dB en prenant l'antenne dipôle-infinésimal comme référence.

La directivité de l'antenne en prenant l'antenne dipôle-infinésimal comme référence est exprimée par :

$$D'_0 (\text{dB}) = D_0 (\text{dB}) - D_{0d} (\text{dB})$$

Nous savons que $D_{0d} = 1.5 = 1.7609 \text{ dB}$, en effet :

A.N. :

$$D'_0 = 6.9652 - 1.7609 = 5.2043 \text{ dB}$$

On considère maintenant l'intensité de rayonnement exprimée par :

$$U(\theta, \varphi) = \begin{cases} \sin^4(\theta) & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ et } 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

3. Trouver la directivité exacte en dB.

La puissance rayonnée est donnée par la formule suivante :

$$P_{\text{ray}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} U(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} (\sin\theta)^5 d\theta = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\sin\theta)^5 d\theta$$

Le calcul de l'intégrale donne :

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi/2} (\sin\theta)^5 d\theta &= \int_0^{\pi/2} (\sin\theta)^4 \sin\theta d\theta = \int_0^{\pi/2} ((\sin\theta)^2)^2 \sin\theta d\theta = \int_0^{\pi/2} (1 - (\cos\theta)^2)^2 \sin\theta d\theta = \int_0^1 (1 - x^2)^2 dx \\ &= \int_0^1 (1 - 2x^2 + x^4) dx = \left[x - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 \right]_0^1 = \left[1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} - 0 \right] = \frac{8}{15} \end{aligned}$$

A.N. :

$$P_{\text{ray}} = 2\pi \int_0^{\pi/2} (\sin\theta)^5 d\theta = \frac{16\pi}{15} = 3.3510 \text{ W}$$

Nous extrayons maintenant U_{max} :

$$\left. \begin{aligned} U(\theta, \varphi) &= (\sin\theta)^4 \\ \text{pour } 0 \leq \theta \leq \pi/2, \forall \varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_{\text{max}} = U(\theta = \pi/2) = 1$$

A.N. :

$$D_0 = \frac{4\pi U_{\text{max}}}{P_{\text{ray}}} = \frac{4\pi \times 1}{\frac{16\pi}{15}} = \frac{15}{4} = 3.75 = 5.7403 \text{ dB}$$

4. Trouver l'ouverture en degrés.

Pour extraire l'ouverture notée α , on fixe φ et on fait varier θ et puisque $U(\theta, \varphi)$ est **indépendante** de φ , nous pouvons passer directement au calcul :

$$U(\theta) = (\sin \theta)^4 \quad \text{pour } 0 \leq \theta \leq \pi/2$$

La moitié de l'ouverture ($\alpha/2$) représente la moitié de la puissance ou **-3dB**, donc :

$$\left(\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right)^4 = \frac{U_{\max}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 2 \times \arcsin\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{1/4}\right)$$

A.N. :

$$\alpha = 2 \times \arcsin(0.8409) = 2 \times 57.235^\circ = 114.47^\circ \cong 114^\circ 28'$$

Exercice 3 :

Diagramme de rayonnement

04.5 pts

Le diagramme de rayonnement d'une antenne a été mesuré dans les plans **E** et **H**. Il est présenté ci-dessous.

1. Est-ce une antenne omnidirectionnelle ? Pour quelle application pourrait-on utiliser cette antenne ?

Non puisque le gain varie avec la direction. Une antenne omnidirectionnelle est adaptée à une couverture de tout l'espace environnant, une antenne à fort gain (très directionnelle) est plutôt dédiée à une liaison point à point ou une couverture d'un secteur donnée de l'espace.

2. Quelle est la valeur du gain et de l'angle d'ouverture à **3 dB** ?

La courbe de l'énoncé donne le gain en fonction de la direction dans l'espace. Cependant, on définit traditionnellement le gain comme le gain obtenu dans la direction de rayonnement maximal de l'antenne, soit la valeur max de gain. Ici : environ 17 dB(i).

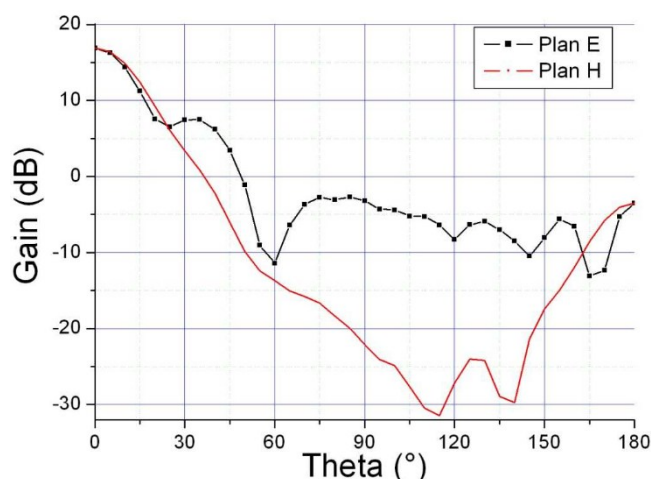
Angle d'ouverture à 3 dB dans le plan E est environ égal à celui dans le plan H. Il vaut environ 24° ($2 * 12^\circ$). En effet, les angles theta ou phi sont données entre 0 et 180° et pas entre 0 et 360° car l'antenne présente une symétrie).

3. Quelle est la valeur du rapport entre le lobe principal et le premier lobe secondaire ?

Dans le plan E, on voit que la puissance rayonnée est concentrée dans un lobe principal (centrée autour de 0°), puis de lobes secondaires dans le plan E (autour de 30°). Le rapport de gain et donc de puissance rayonnée est d'environ 10 dB. Cela est peut être gênant car une fraction non négligeable de puissance est rayonnée en dehors du lobe principal.

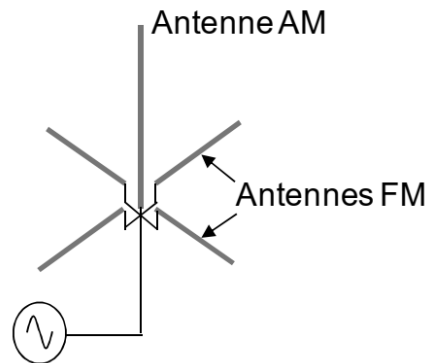
4. Quelle est la valeur du rapport *Front-to-Back Ratio* ?

L'antenne rayonne une grande partie de la puissance dans le lobe principal. Cependant, une faible puissance est quand même rayonnée dans la direction opposée. Le rapport appelé *Front-to-Back Ratio* correspond au rapport entre la puissance rayonnée dans le lobe principal divisée par celle rayonnée dans la direction opposée. Ici, ce rapport vaut : $17 \text{ dB} - (-3.5 \text{ dB}) = 20.5 \text{ dB}$. 1/100 de la puissance rayonnée dans la direction principale est rayonnée dans la direction opposée. Cette puissance est peut être suffisante pour produire une interférence dans des liaisons hertziennes voisines.



Exercice 4 :**ANTENNE AM – FM****07 pts**

La figure ci-dessous présente une antenne de radiodiffusion pour les bandes AM et FM. L'antenne AM est composée d'une tige verticale de 1m de long. L'antenne FM est composée de 2 dipôles de 1.5 m de long.

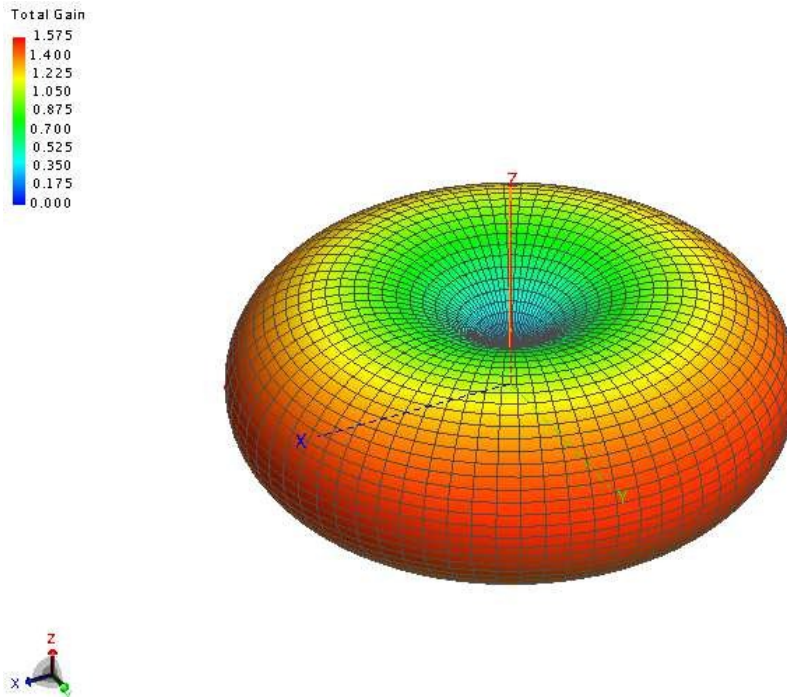


1. Une antenne de radiodiffusion doit-elle être omnidirectionnelle ?

Oui car elle doit émettre dans toutes les directions autour d'elles (principalement dans un plan horizontal, pas vers le ciel). Le rayonnement doit donc se faire principalement dans le plan horizontal.

2. Comment qualifier l'antenne AM sur la bande AM ?
3. Tracer qualitativement son diagramme de rayonnement dans les plans horizontaux et verticaux ?
4. Est-ce que les antennes FM influent sur le rayonnement de l'antenne AM ?

L'antenne AM est dédiée à la radiodiffusion sur la bande 100 KHz – 10 MHz. Sur cette bande, la longueur d'onde dans l'air est comprise entre 3 km et 30 m, donc l'antenne AM formée d'une tige de 1 m de long est électriquement courte. Elle peut être modélisée par un dipôle élémentaire. Au premier ordre, on peut la qualifier d'omnidirectionnelle. Cependant, même si elle est omnidirectionnelle dans le plan horizontal, elle ne l'est pas dans le plan vertical. Elle ne rayonne pas dans la direction de la tige. Son angle d'ouverture à 3 dB est environ égal à 90 °. La figure ci-dessous présente un résultat de simulation sous FEKO, montrant le gain de l'antenne dans toutes les directions de l'espace à 100 kHz.



Simulation sous FEKO du diagramme de rayonnement produit par l'antenne AM dans toutes les directions de l'espace (modèle Excitation_Antenne_AM.cfx)

Cependant, la présence des antennes FM a une influence sur l'antenne AM. La présence de ces éléments métalliques va modifier le diagramme de rayonnement de l'antenne AM. Au fréquence de fonctionnement de l'antenne AM, les 4 brins

des antennes FM se comporte comme des éléments courts vis-à-vis de λ . On peut les considérer comme des équipotentiels. Ils forment un plan de masse équivalent.

5. Quelles sont les fréquences de résonance des antennes FM ?

Les antennes FM forment 2 dipôles, qui sont demi-ondes lorsque leur longueur = $\frac{1}{2}$ longueur d'onde, donc à la fréquence :

$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f\sqrt{\epsilon_r}} \Rightarrow f = \frac{c}{2L\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \times 1.5 \times 1} = 100 \text{ MHz}$$

6. Déterminer l'expression du champ rayonné par les antennes FM. A quelle condition les antennes FM peuvent produire un rayonnement omnidirectionnel dans le plan horizontal ?

On se place en champ lointain (si la distance antenne – point d'observation $R \gg$ la taille des dipôles). On suppose que l'amplitude du courant est quasi-constante le long de l'antenne, et on se place dans le cadre de l'approximation du dipôle élémentaire. Cette approximation n'est évidemment pas vérifiée, mais elle permet de faire un calcul analytique simple donnant une idée du diagramme de rayonnement.

Supposons de plus que les 2 antennes soient alimentées avec 2 sources d'amplitude constante, mais déphasé d'un angle Φ .

Calculons l'expression du champ E_θ dans le plan horizontal de l'antenne (plan où sont inscrites les 2 antennes FM). On peut montrer que $\theta_1 = \theta_2 + 90^\circ$, où θ_1 et θ_2 sont les angles verticaux vues depuis chacune des 2 antennes dipôles.

$$E_\theta = E_{\text{dipole1}} + E_{\text{dipole2}} = j \frac{60\pi}{\lambda R} L I \cdot \exp\left(-j \frac{2\pi R}{\lambda}\right) [\sin \theta_1 \exp(j\omega t) - \cos \theta_1 \exp(j(\omega t + \Phi))]$$

$$7. \quad E_\theta = \frac{V_0}{R} \exp(j\omega t) [\sin \theta_1 - \cos \theta_1 \exp(j\Phi)]$$

Le rayonnement produit par chacune des antennes n'est pas omnidirectionnel dans le plan horizontal puisqu'on observe une dépendance à l'angle θ_1 . Par exemple, si le déphasage Φ est nul, alors l'expression du champ dans le plan horizontal devient :

$$8. \quad E_\theta = \frac{V_0}{R} [\sin \theta_1 - \cos \theta_1]$$

Le champ est maximal pour $\theta_1 = -45^\circ$ et 135° , mais s'annule pour les directions $\theta_1 = 45^\circ$ et -135° . Par contre, le rayonnement produit par les 2 antennes FM peut être omnidirectionnel dans le plan horizontal si le déphasage $\Phi = 90^\circ$. En effet, l'expression précédente devient :

$$E_\theta = \frac{V_0}{R} \exp(j\omega t) \left[\sin \theta_1 - \cos \theta_1 \exp\left(j \frac{\pi}{2}\right) \right]$$

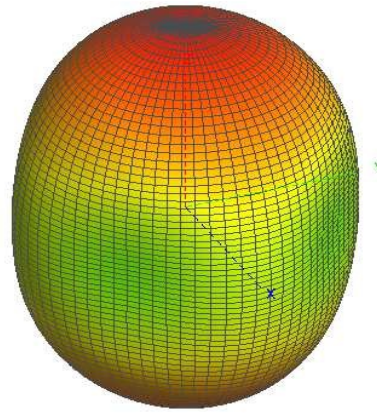
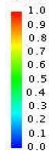
$$E_\theta = \frac{V_0}{R} \exp(j\omega t) [\sin \theta_1 - j \cos \theta_1]$$

$$|E_\theta| = \frac{V_0}{R} \quad \forall \theta_1$$

Le rayonnement est indépendant de θ_1 dans le plan horizontal. Il faut cependant préciser que le calcul supposait que les 2 antennes FM étaient électriquement petites (hypothèse du dipôle élémentaire) alors qu'en réalité il s'agit de 2 dipôles demi-ondes.

L'expression du rayonnement de chacune des antennes est plus complexe. De manière rigoureuse, on pourrait montrer qu'il est impossible d'obtenir un rayonnement parfaitement constant dans le plan horizontal. Néanmoins, il peut être considéré comme quasi omnidirectionnel comme le montre les résultats de simulation sous FEKO :

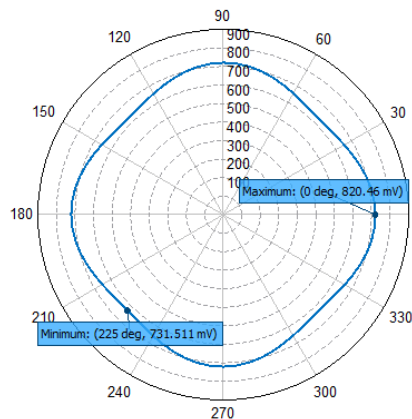
Total E-Field Magnitude [V]



9.



Simulation sous FEKO du diagramme de rayonnement produit par les 2 antennes FM dans toutes les directions de l'espace (déphasage $\Phi = 90^\circ$) (modèle Excitation_Antenne_FM.cfx)



Total E-Field Magnitude [mV] (Frequency = 94.7368 MHz; Theta = 90 deg) - Excitation_Antenne_FM

Simulation sous FEKO du diagramme de rayonnement produit par les 2 antennes FM dans le plan horizontal (déphasage $\Phi = 90^\circ$) (modèle Excitation_Antenne_FM.cfx)

10. Quelle est la polarisation de l'onde émise par cette antenne ?

La polarisation est la direction du champ électrique produit par une antenne. L'antenne AM est à polarisation rectiligne verticale. Les antennes FM sont à polarisation rectilignes horizontales. Cependant, les polarisations des 2 antennes FM sont orthogonales.

11. Les antennes AM et FM peuvent-elles interférer entre elles ?

Non, puisque leurs polarisations sont orthogonales. Théoriquement, l'antenne AM ne peut pas capter le rayonnement de l'antenne FM et vice et versa. En pratique, il existera quand même un couplage.