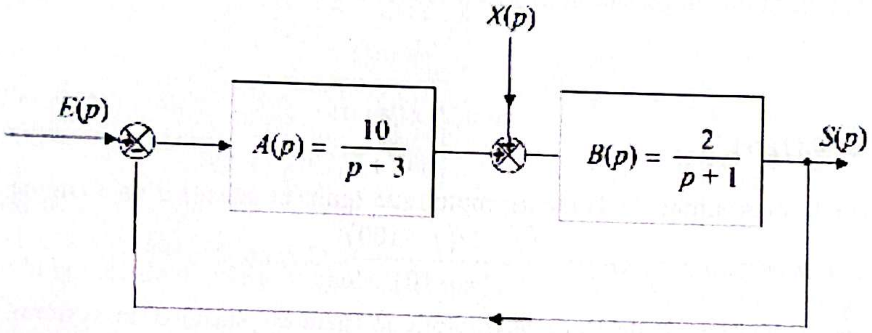
ESATIC
ECOLE SUPÉRIEURE AFRICAINE DES TIC

**DEVOIR**
**AUTOMATIQUE**

Année Scolaire : 2024 – 2025
Niveau : RTEL 2
Durée : 2h

**Exercice 1 (4pts)** ✓

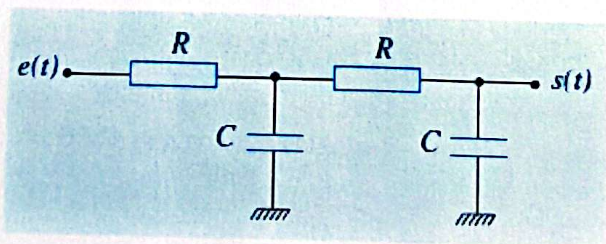
Dans le schéma de la figure suivante, on a modélisé les perturbations susceptibles d'agir sur la chaîne directe d'une boucle de régulation par le signal $X(p)$.




1. Calculer l'expression de $S(p)$ en fonction de $E(p)$, $X(p)$ et des différentes fonctions de transfert des éléments du système. *(2pts)*
2. Calculer la fonction de transfert $H_1(p)$ définie par: $H_1(p)=\dfrac{S(p)}{E(p)}$ lorsque $X(p)=0$. *(1pt)*
3. Calculer la fonction de transfert $H_2(p)$ définie par: $H_2(p)=\dfrac{S(p)}{X(p)}$ lorsque $E(p)=0$. *(1pt)*

**Exerciece 2 (3pts)** ✓

On considère le montage électrique représenté sur la figure ci-dessous. On injecte dans ce système un signal d'entrée $e(t)$ correspondant à un échelon de tension de 0 à 5 V.
1. Déterminer l'équation différentielle qui lie $e(t)$ à la tension de sortie $s(t)$. *(1,5pts)*
2. En déduire la fonction de transfert du système. *(1,5pts)*




**Exercice 3 (6pts)**

On considère le système de fonction de transfert $G(p)$ définie par :

$$G(p)=\frac{1000}{p(p+1)^2(p+10)}$$

1. Tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) de ce système. *(2pts)*

2.a)Tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) d'un système de fonction de transfert $G(p)$ défini par : $G(p)=\frac{(p+1)(p+100)}{(p+10)^2}$ *(2pts)*

b) Montrer que le diagramme de Bode asymptotique de gain possède une symétrie par rapport à la droite d'équation $\omega$=10 et en déduire la valeur maximale précise $G$max du gain. *(1pt)*

c) Déterminer pour la pulsation $\omega_{\max}$ correspondant à ce maximum, la valeur du déphasage. *(1pt)*

**Exercice 4 (7pts)**

1. Tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) d'un système de fonction de transfert $G(p)$ défini par : $G(p)=\frac{(p+1)(p+100)}{(p+10)}$ *(2,5pts)* ✓

2. Tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) d'un système de fonction de transfert $G(p)$ défini par : $G(p)=\frac{(p+1)}{p(p+10)}$ *(2,5pts)* ✓

3. Tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) d'un système de fonction de transfert $G(p)$ défini par : $G(p)=\frac{1000(p+1)}{(p+10)^2}$ *(2pts)* ✓

ESATIC
ECOLE SUPÉRIEURE AFRICAINE DES TIC

**EXAMEN**
**AUTOMATIQUE /**
**SESSION 1**

Année Scolaire : 2024 – 2025
Niveau : RTEL 2
Durée : 2h

**Exercice 1 (3pts)** ✓

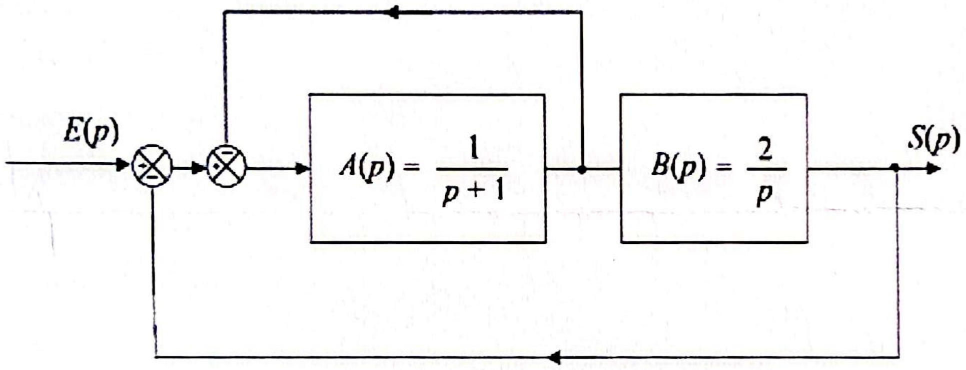
On considère un système de fonction de transfert $G(p)$ à l'entrée duquel on injecte une rampe unitaire : $e(t) = v(t) = t$ pour $t > 0$.

On donne $$G(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi p}{\omega_n} + 1} \quad \text{avec} \quad \xi = 1$$

1. Calculer l'expression du signal de sortie s(t). *(2pts)*
2. Tracer son graphe. *(1pt)*

**Exercice 2 (4pts)** ✓

On considère la boucle de régulation représentée sur la figure ci-dessous comportant 2 comparateurs.




1. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte de ce système. *(2pts)*
2. Déduire sa fonction de transfert en boucle fermée. *(2pts)*

**Exercice 3 (8pts)**

1. Tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) d'un système de fonction de transfert $G(p)$ défini par : $G(p) = \frac{1000}{(p+1)(p+100)}$. *(2,5pts)*
2. Tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) d'un système de fonction de transfert $G(p)$ défini par : $G(p) = \frac{1000(p+1)}{p(p+10)}$. *(2,5pts)*
3. Tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) d'un système de fonction de transfert $G(p)$ défini par : $G(p) = \frac{10p}{(p+1)(p+100)}$. *(3pts)*

**Exercice 4 (5pts)** ✓

1. On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte $G(p)$ définie par :

$$G(p) = \frac{K}{p(p+1)(p+2)} \text{ avec } K>0$$

Déterminer à l'aide du critère de Routh les conditions de stabilité de ce système en boucle fermée lorsqu'il est placé dans une boucle d'asservissement à retour unitaire. *(2pts)*

2. On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte $G(p)$ définie par :

$$G(p) = \frac{K}{(p+1)^3} \text{ avec } K>0$$

a) Déterminer à l'aide du critère de Routh les conditions de stabilité de ce système en boucle fermée lorsqu'il est placé dans une boucle d'asservissement à retour unitaire. *(2pts)*

b) Calculer la valeur de $K$ qui assure au système une marge de phase égale à $45^\circ$. *(1pt)*

## EXERCICE 2

### 1) Déterminons l'équation différentielle liant e(t) et s(t)

Soit A le point entre les deux résistences

En ce point, on a : $i_1 = i_2 + i_3$ avec $\begin{cases} i_1 = \dfrac{U}{R} = \dfrac{e - v_A}{R} \\ i_2 = C\dfrac{dv_A}{dt} \text{ et } i_3 = \dfrac{v_A - s}{R} \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{e - v_A}{R} = C\frac{dv_A}{dt} + \frac{v_A - s}{R}$$

$$\Rightarrow e - v_A = RC\frac{dv_A}{dt} + v_A - s$$

$$\Rightarrow -2v_A = RC\frac{dv_A}{dt} - s - e$$

$$\Rightarrow v_A = -\frac{1}{2}RC\frac{dv_A}{dt} + \frac{1}{2}s + \frac{1}{2}e$$

Au niveau du second condensateur, on peut écrire $\dfrac{v_A - s}{R} = C\dfrac{ds}{dt}$

$$\Rightarrow v_A - s = RC\frac{ds}{dt} \Rightarrow v_A = RC\frac{ds}{dt} + s(t)$$

En remplaçant cette nouvelle équation par la première, on a :

$$e - RC\frac{ds}{dt} - s(t) = R^2C^2\frac{d^2s}{dt^2} + 2RC\frac{ds}{dt}$$

$$\Rightarrow e(t) = R^2C^2\frac{d^2s}{dt^2} + 3RC\frac{ds}{dt} + s(t)$$

1pt

2°) La fonction de transfert du système

Elle est de la forme $G(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$

on a : $R^2C^2 \cancel{S}(p) + 3RC\,pS(p) + s(t) = e(t)$

avec $\mathcal{L}\left(\frac{ds}{dt}\right) = pS(p)$ , $\mathcal{L}\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right) = p^2 \cancel{E} S(p)$

ce qui conduit à $S(p)\left[R^2C^2\cancel{X}p^2 + 3RC\times p + 1\right] = E(p)$

$$\Rightarrow \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{R^2C^2p^2 + 3RCp + 1}$$

1pt

Exercice 1.

1°) Calculons l'expression de S(p) en fonction de E(p), X(p) et des différentes fonctions de transfert des éléments du système

$$S(p) = B(p)\,X(p) + A(p)\,B(p)\,[E(p) - S(p)]$$

$$= B(p)\,X(p) + A(p)\,B(p)\,E(p) - A(p)\,B(p)\,S(p)$$

2

$$S(p)\,[1 + A(p)B(p)] = B(p)\,X(p) + A(p)\,B(p)\,E(p)$$

$$\Rightarrow S(p) = \frac{B(p)}{1 + A(p)B(p)}\,X(p) + \frac{A(p)\,B(p)}{1 + A(p)\,B(p)}\,E(p)$$

2) Calculons la fonction de transfert $H_1(p)$ (pour $X(p) = 0$)

$$H_1(p) = \frac{A(p)B(p)}{1 + A(p)B(p)} = \frac{20}{(p-3)(p+2)} \times \frac{(p-3)(p+2)}{20 + (p-3)(p+2)}$$

1

$$H_1(p) = \frac{20}{20 + (p-3)(p+2)}$$

3) Calculons la fonction de transfert $H_2(p)$ (pour $E(p) = 0$)

Seule

$$H_2(p) = \frac{\cancel{A(p)}\,B(p)}{1 + A(p)\,B(p)} = \frac{2}{p+1} \times \frac{(p-3)(p+2)}{20 + (p-3)(p+2)}$$

0,5

$$H_2(p) = \frac{2\,(p-3)}{20 + (p-3)(p+2)}$$

Exercice 4

1) Traçons le diagramme de Bode asymptotique (Gain et phase)

ESATIC

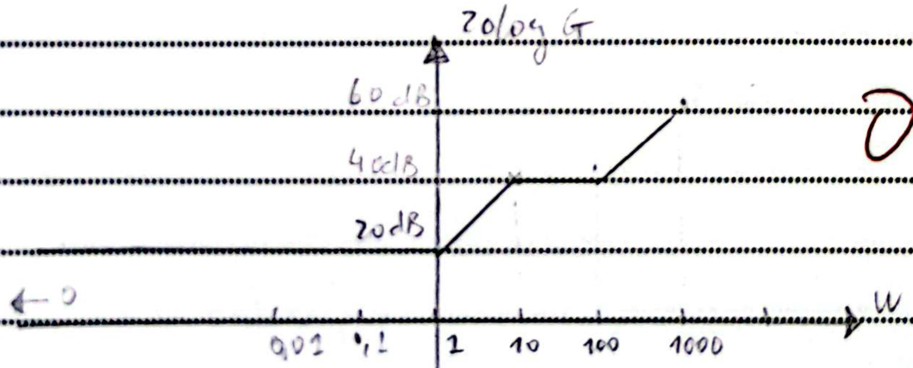
$$G(p) = \frac{(p+1)(p+100)}{(p+10)}$$

$$G(jw) = \frac{(jw+1)(jw+100)}{(jw+10)} \Rightarrow |G(jw)| = \frac{\sqrt{w^2+1}\,\sqrt{w^2+100^2}}{\sqrt{w^2+10^2}}$$

$$20\log|G(jw)| = 10\log(w^2+1) + 10\log(w^2+100^2) - 10\log(w^2+10^2)$$

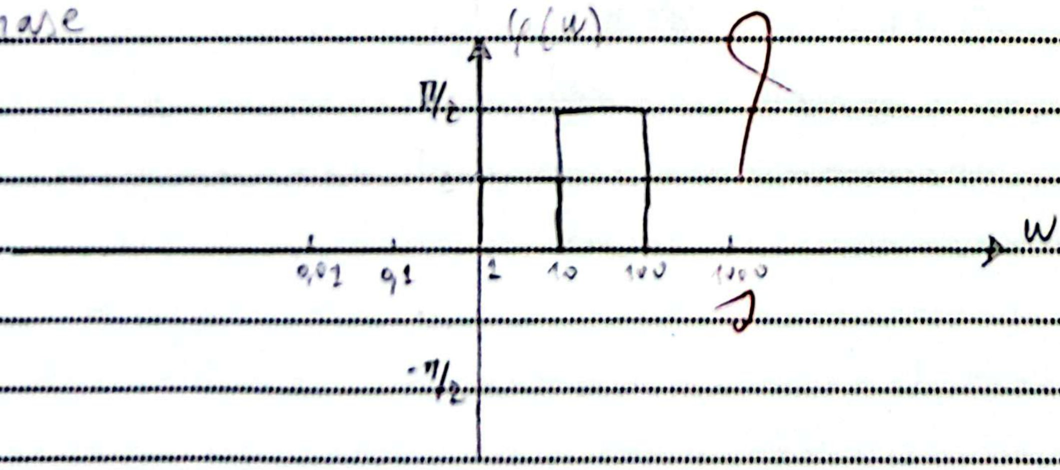
| w | 0 — 1 | 1 — 10 | 10 — 100 | 100 — $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $\sqrt{w^2+1}$ | 1 | w | w | w |
| $\sqrt{w^2+100^2}$ | 100 | 100 | 100 | w |
| $\sqrt{w^2+10^2}$ | 10 | 10 | w | w |
| $G(jw)$ | 10 | 10w | 100 | w |
| $20\log(G)$ | 20 dB | 20 + 20log w | 40 | 20 log w |
| $\varphi$ | $\frac{\pi}{2}\cdot 0 = 0$ | $\frac{\pi}{2}\cdot 1 = \pi/2$ | $\frac{\pi}{2}\cdot 0 = 0$ | $\frac{\pi}{2} \times 1 = \pi/2$ |

* Gain




0,6

** phase



INTERCALAIRE 1/3

## Suite de l'exercice 4

### 2) Traçons le diagramme de Bode asymptotique

$$G(p) = \frac{p+1}{p(p+10)}$$

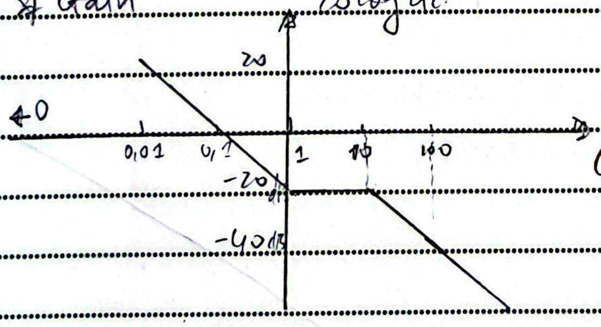
$$G(jw) = \frac{jw+1}{jw(jw+10)} \Rightarrow |G(jw)| = \frac{\sqrt{w^2+1}}{w\sqrt{w^2+10^2}}$$

| $W$ | $0$ — $1$ | $1$ — $10$ | $10$ — $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $\sqrt{W^2+1}$ | $1$ | $w$ | $w$ |
| $w$ | $w$ | $w$ | $w$ |
| $\sqrt{w^2+10^2}$ | $10$ | $10$ | $w$ |
| $G(jw)$ | $1/10w$ | $1/10$ | $1/w$ |
| $20\log G$ | $-20\log(w)$ | $-20\log(10)$ | $-20\log(w)$ |
| $\varphi$ | $\frac{\pi}{2}\times -1 = -\pi/2$ | $\frac{\pi}{2}\times 0 = 0$ | $\pi/2 \times -1 = -\pi/2$ |

$$20\log G = 20\log\left(\frac{\sqrt{w^2+1}}{w\sqrt{w^2+10^2}}\right)$$

$$20\log G = \begin{cases} 10\log(w^2+1) \\ -10\log(w^2+10^2) \\ -20\log(w) \end{cases}$$

* Gain




** phase