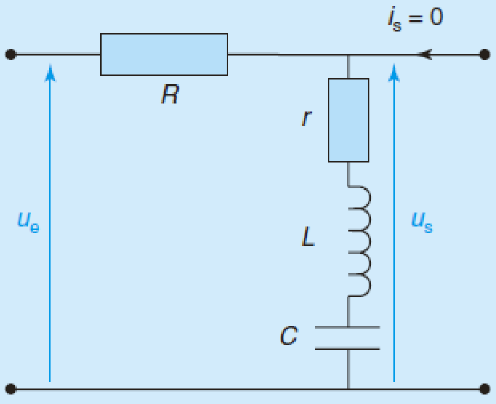
SERIE D'EXERCICES DU TD1 DE FILTRAGE ANALOGIQUE / DJE BI 2025

EXERCICE 1

1 – Filtre coupe-bande

On considère le quadripôle ci-contre qui comprend un résistor de résistance R, un condensateur de capacité C et une bobine réelle d'inductance L et de résistance r.

Données : $C = 10\,\mu F$; $L = 0{,}10\,H$;
$r = 100\,\Omega$; $R = 100\,\Omega$.
On pose : $R' = R + r$.



1 Calculer la pulsation propre ω_0 du circuit $R'LC$, la fréquence propre f_0 et le facteur de qualité Q.

2 Déterminer les comportements asymptotiques à basse et à haute fréquences. Peut-on en déduire la nature du quadripôle ?

3 Quelle est la valeur de l'impédance du dipôle LC à la fréquence propre ? En déduire le quadripôle équivalent au filtre à cette fréquence.

4 Calculer le gain du filtre à la fréquence propre.

5 Soit x la pulsation réduite avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Exprimer la fonction de transfert sous la forme réduite $\underline{H}(\mathrm{j}x)$.

6 Exprimer le gain $G(x)$ en décibels.

7 Tracer l'allure de la courbe de la réponse $G(x)$ en fonction de $\log(x)$.

Soit le montage de la figure 4.27 représentant un filtre de Wienn.

EXERCICE 2

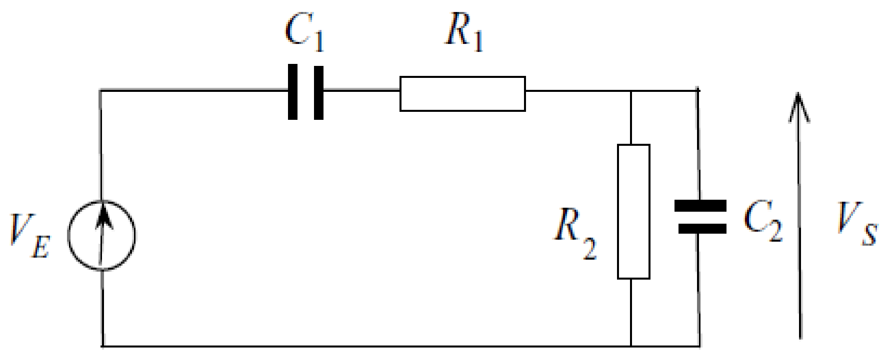


Figure 4.27 Filtre de Wienn passe-bande.

1. Calculer la fonction de transfert $H(j\omega)$ et montrer qu'elle se met sous cette forme :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_{01}}} \times \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_{02}}} \times \left(j\frac{\omega}{\omega_{03}}\right)$$

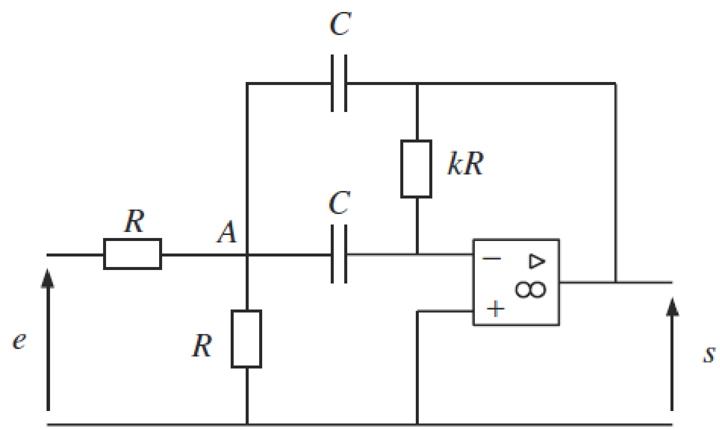
Calculer ω_{01}, ω_{02} et ω_{03}.

2. Tracer les courbes de Bode pour le cas particulier suivant :

$$R_1 = R_2 = R = 1\ \text{k}\Omega \quad \text{et} \quad C_1 = C_2 = C = 1\ \text{nF}.$$

On utilise le filtre suivant dans lequel l'amplificateur opérationnel est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.

EXERCICE 3



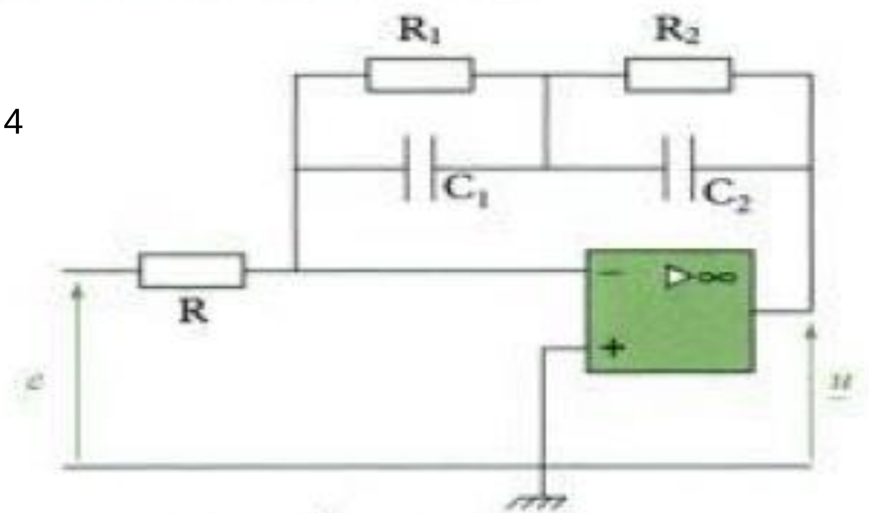
1. Déterminer, sans calcul, la nature de ce filtre.
2. Établir que la fonction de transfert $\underline{H}$ peut se mettre sous la forme

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et où H_0, ω_0 et Q sont des constantes qu'on exprimera en fonction de R, C et k.
3. Définir le gain en décibels G_{dB}. Représenter le diagramme de Bode en amplitude. On supposera $Q = 10$ et on précisera les asymptotes du diagramme ainsi que la valeur du gain en décibels pour $x = 1$.
4. Définir et déterminer la largeur de la bande passante du filtre à -3 dB en fonction de Q et ω_0.
5. Si l'entrée s'écrit $e(t) = V_0\,(a + b\cos(\omega t) + c\cos(2\omega t))$, à quelle condition sur ω_0 et ω le filtre est-il le mieux adapté pour extraire la composante à la pulsation ω ?

EXERCICE 4

On étudie le montage suivant :



1) Exprimer $\underline{H} = \dfrac{\underline{u}}{\underline{e}}$ sous la forme :

$$\underline{H} = H_0 \frac{1 + j\dfrac{\omega}{\omega'}}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_1}\right)\cdot\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_2}\right)}.$$

Données : R = 1,04 kΩ ; C_1 = 330 nF ; C_2 = 100 nF.

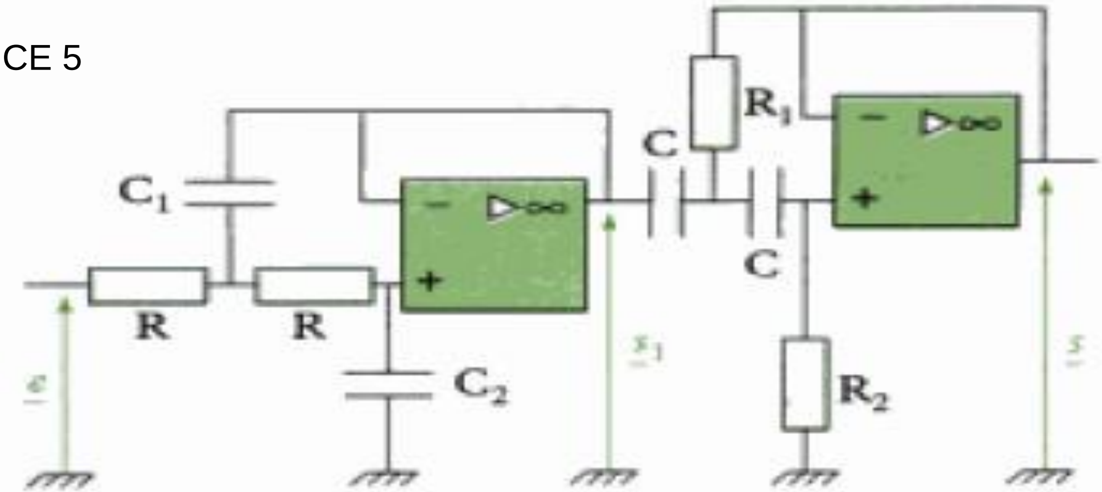
2) Calculer R_1 et R_2 pour avoir $\omega_1 = 100 \cdot \pi$ rad · s^{-1} et $\omega_2 = 4\,000 \cdot \pi$ rad · s^{-1}.

3) Tracer le diagramme de Bode du gain.

4) À quoi sert ce montage ?

EXERCICE 5

Soit le montage suivant où les A.O. sont parfaits :



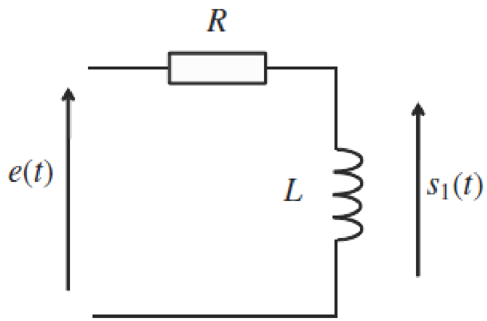
$R = 10\ \text{k}\Omega$; $R_1 = 8\ \text{k}\Omega$; $R_2 = 16\ \text{k}\Omega$; $C = 47\ \text{nF}$;
$C_1 = 7\ \text{nF}$; $C_2 = 3{,}5\ \text{nF}$.

1) Exprimer les transmittances $\underline{H}_1 = \dfrac{\underline{s}_1}{\underline{e}}$ et $\underline{H}_2 = \dfrac{\underline{s}}{\underline{s}_1}$.

2) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ du montage complet en justifiant la méthode employée. Quelle est la nature du filtre ainsi réalisé ?

3) Représenter les diagrammes de Bode réels et asymptotiques associés à $\underline{H}$. Commenter.

EXERCICE 6



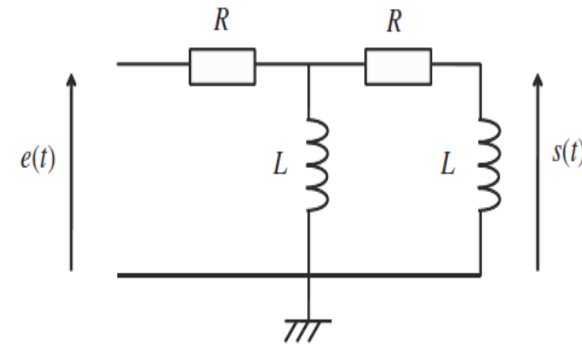
1. Préciser sans calcul la nature du filtre.
2. Montrer que la fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H}_1 = \frac{\underline{s}_1}{\underline{e}} = \frac{1}{1 - j\dfrac{1}{x}}$$

avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.

Tracer le diagramme de Bode de ce filtre en fonction de $\log_{10}(x)$.

3. On s'intéresse maintenant au circuit suivant composé de deux cellules (R, L) en cascade :



Peut-on écrire que la fonction de transfert de ce filtre $\underline{H} = \underline{H}_1 . \underline{H}_1$?

Montrer que la fonction de transfert du filtre s'écrit sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{1}{1 - \dfrac{1}{x^2} - j\dfrac{3}{x}}$$

avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.

On déterminera la valeur de ω_0 en fonction de R et L et on précisera l'ordre du filtre.

4. Tracer alors l'allure du diagramme de Bode en gain en fonction de $\log_{10}(x)$.

5. Calculer ω_c la pulsation de coupure à –3 dB. On pourra se ramener à une équation du $4^{ème}$ degré et poser $X = x^2$ pour résoudre l'équation. Montrer alors que $\omega_c \approx 2{,}7\ \omega_0$.
6. On souhaite réaliser un filtre ADSL. Les signaux téléphoniques utilisent des fréquences comprises entre 25 Hz et 3,4 kHz et les signaux informatiques relatifs à Internet des fréquences généralement comprises entre 68 kHz et 1,0 MHz. Le filtre ADSL est ici utilisé dans le but de récupérer les signaux Internet. On possède une bobine d'inductance 4, 0 mH. Quelle pulsation ω_0 et quelle valeur de résistance doit-on choisir pour réaliser le filtre souhaité avec une fréquence de coupure à 10 kHz ?
7. Donner l'allure du diagramme de Bode en phase en fonction de $\log_{10}(x)$. Comment le diagramme de Bode aurait-il été changé si on avait demandé de le tracer en fonction de $\log_{10}(\omega)$?
8. On envoie en entrée un signal de la forme $e(t) = e_m \cos(\omega t)$ avec $e_m = 6{,}0$ V et une fréquence $f_1 = 1$ kHz. Déterminer numériquement en fonction de la seule variable de temps t la valeur du signal de sortie. Que se passe-t-il si on rajoute un offset au signal d'entrée ?