

Polarisation, lames à retard

États de polarisation

La polarisation caractérise le caractère vectoriel de la lumière qui est une onde électromagnétique. En général cette onde est localement plane et le champ électrique \vec{E} est perpendiculaire à la direction de propagation.

- Si dans un plan d'onde donné, la direction du champ électrique est constante au cours du temps, l'onde est dite *polarisée rectilignement*. Lorsque cette onde se propage dans le vide elle garde en tout point une polarisation rectiligne de même direction .
- Lorsque l'onde est monochromatique, l'extrémité du champ électrique *en un point d'un plan d'onde* décrit a priori une ellipse. Le champ électrique se propageant suivant les z croissants s'écrit :

$$\begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t - kz) \\ E_y = E_1 \cos(\omega t - kz - \varphi) \\ 0 \end{cases}$$

par convention E_0 et E_1 sont positifs. **Attention à la définition de la phase.**

L'ellipse est caractérisée par le déphasage φ entre les composantes E_x et E_y du champ électrique \vec{E} (Ox , et Oy étant dans un plan d'onde).

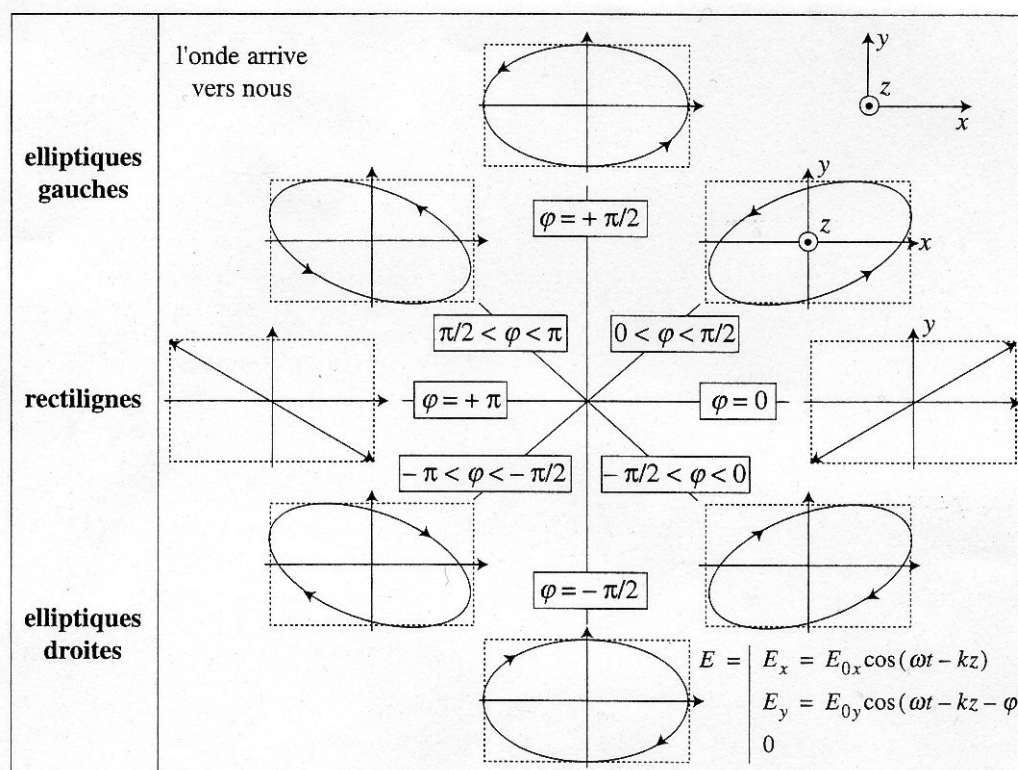
L'onde venant vers l'observateur, la polarisation est :

- elliptique *gauche* si l'ellipse est décrite dans le sens trigonométrique ($0 < \varphi < \pi$)
- elliptique *droite* si l'ellipse est décrite dans l'autre sens ($\pi < \varphi < 2\pi$).

Si $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ **et** si $E_0 = E_1$ l'ellipse devient un cercle (polarisation *circulaire droite ou gauche*).

Si $\varphi = 0$ ou π , l'ellipse se réduit à un segment (la polarisation est *rectiligne*).

D'où le tableau résumé suivant :



- La lumière naturelle est **dite** non polarisée : Un très grand nombre de trains d'ondes (de durée τ_c) successifs de polarisations quelconques se succèdent pendant la durée d'observation du récepteur τ_R ($\tau_R \gg \tau_c$) . Pour une telle lumière, toutes les directions d'un plan d'onde sont statistiquement équivalentes.
- Toute onde lumineuse peut être décrite comme la superposition de deux ondes polarisées rectilignement selon deux directions orthogonales. On montre que l'intensité totale est égale à la somme des intensités des deux composantes.
- De même toute onde de polarisation rectiligne est la somme de deux ondes polarisée circulairement droite et gauche de même amplitude.
- Différents phénomènes physiques ont une action sur la polarisation des ondes lumineuses ; citons :
 - ◊ Le passage dans un filtre polarisant, ou *polariseur*.
 - ◊ La réflexion sur un dioptre ou un métal

- ◇ La diffusion (la lumière directe du soleil n'est pas polarisée mais le bleu du ciel l'est)
- ◇ Le passage dans certains milieux anisotropes, dans lesquels les différentes directions de polarisation ne sont pas équivalentes.
- ◇ Le passage dans un milieu doté de pouvoir rotatoire, qui a pour effet de faire tourner la direction de polarisation d'une onde de polarisation rectiligne.

Polariseur rectiligne, loi de Malus

- Un polariseur rectiligne transforme une onde non polarisée ou déjà polarisée en une onde polarisée rectilignement. Sa direction de polarisation dépend de l'orientation du polariseur (on tourne celui-ci dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation).

- Loi de Malus : Une onde incidente, d'intensité I_0 , polarisée rectilignement selon la direction \vec{u}_0 , traverse un polariseur orienté selon la direction \vec{u} ; l'onde émergente est polarisée rectilignement selon la direction \vec{u} et son intensité vaut $I = K I_0 \cos^2 \alpha$ avec $\alpha = (\vec{u}_0, \vec{u})$ et K est une constante inférieure à 1 qui caractérise le rendement du polariseur ; le polariseur est idéal si $K = 1$.

Quand $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$, $I = 0$ et on dit que les polariseurs sont croisés ; il y a extinction.

Biréfringence

- Un milieu *anisotrope* est un milieu dans lequel la propagation des ondes dépend de leur état de polarisation.
- Pour une direction de propagation Oz donnée, il existe deux directions de polarisation rectiligne orthogonales Ox et Oy telles que la propagation s'y effectue comme dans un milieu isotrope. On définit alors deux indices n_x et n_y . Si n_x est inférieur à n_y , l'axe Oy est l'axe *lent* et l'axe Ox est l'axe *rapide*. Ox et Oy sont appelés *axes neutres*. Un tel milieu, à deux indices, est dit *biréfringent*. On convient le plus souvent d'appeler l'axe rapide Ox.
- Une onde polarisée rectilignement selon la direction d'un des axes neutres garde sa polarisation. Dans les autres cas, la traversée du milieu anisotrope modifie l'état de polarisation.

Lames à retard

- Une lame à retard est une lame à faces parallèles taillée dans un milieu transparent anisotrope (ou *biréfringent*). Elle est utilisée sous incidence normale. Si Oz est la direction de propagation et Ox et Oy les axes rapide et lent, le champ électrique à l'entrée de la lame s'écrit:

$$\begin{cases} E_0 \cos \omega t \\ E_1 \cos (\omega t - \varphi) \\ 0 \end{cases}$$

Après traversée d'une épaisseur e de la lame il vaut :

$$\begin{cases} E_0 \cos \omega \left(t - \frac{e}{v_x} \right) \\ E_1 \cos \left(\omega \left(t - \frac{e}{v_y} \right) - \varphi \right) \\ 0 \end{cases}$$

Soit, après changement de l'origine des temps :

$$\begin{cases} E_0 \cos \omega t \\ E_1 \cos (\omega t - \varphi - \psi) \\ 0 \end{cases}$$

avec $\psi = \omega e \left(\frac{1}{v_y} - \frac{1}{v_x} \right) = \frac{2\pi e}{\lambda} (n_y - n_x)$ qui est positif car $v_x > v_y$ donc $n_x < n_y$

Lorsque $\psi = 0 [2\pi]$ la lame est dite *onde* : elle n'a aucun effet.

Lorsque $\psi = \pi [2\pi]$ la lame est dite *demi-onde* ($\lambda/2$) : elle transforme une polarisation en une polarisation symétrique par rapport aux axes neutres, de sens opposé.

Lorsque $\psi = +\frac{\pi}{2} [2\pi]$ la lame est dite *quart d'onde* ($\lambda/4$) : elle transforme une polarisation rectiligne en une polarisation elliptique dont les axes sont les axes neutres de la lame ; inversement elle transforme une polarisation elliptique en une polarisation rectiligne si les axes de l'ellipse se confondent avec les axes neutres de la lame. Elle transforme toute onde polarisée circulairement en une onde polarisée rectilignement. On peut aussi définir des lames $3/4$ d'onde.

Ces propriétés pour une lame donnée (n_x et n_y fixés) dépendent de la longueur d'onde de la lumière utilisée (n_x et n_y dépendent a priori de la longueur d'onde (dispersion)), le plus souvent les lames sont demi onde ou quart d'onde pour $\lambda = 589$ nm (jaune du sodium).

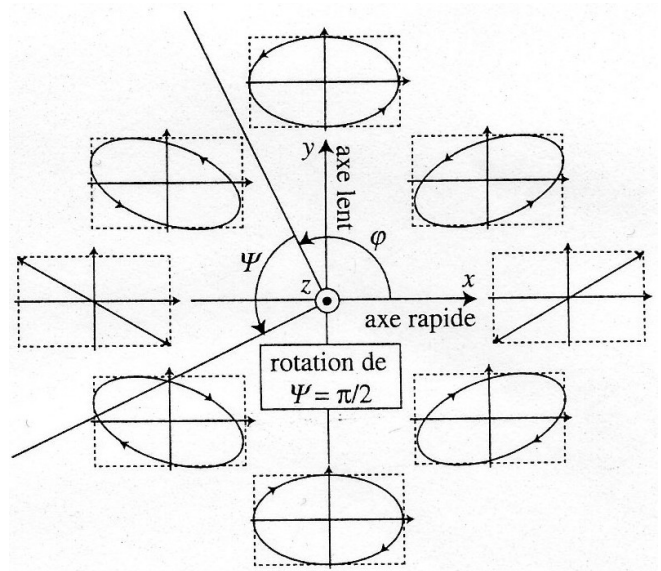
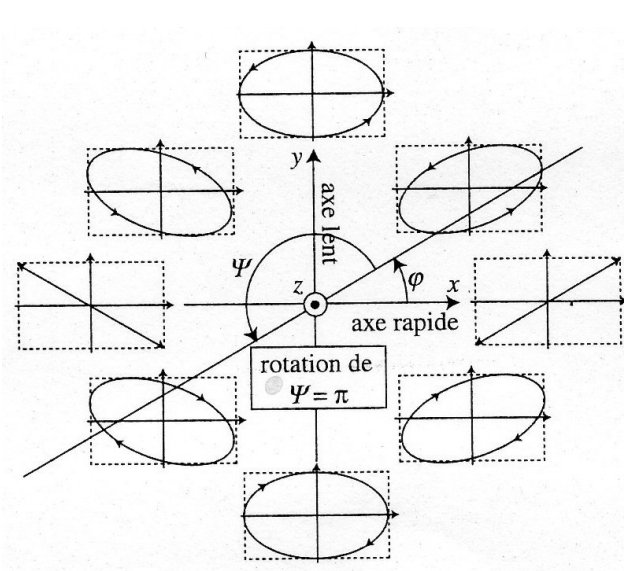
En résumé :

Action d'une lame demi onde

On ajoute $\psi = \pi$ à la valeur de φ

Action d'une lame quart d'onde

On ajoute $\psi = \frac{\pi}{2}$ à la valeur de φ



EXERCICES SUR LA POLARISATION

Exercice 1 : Polariseur circulaire

Une onde plane de lumière naturelle arrive sous incidence normale sur un polariseur rectiligne puis traverse une lame quart d'onde. Les axes neutres de la lame sont Ox et Oy et la direction de la polarisation rectiligne arrivant sur la lame fait l'angle α avec l'axe Ox.

Ecrire les composantes du champ électrique sur les deux axes avant puis après traversée de la lame.

Que peut-on dire de la polarisation après la lame quand $\alpha = \pi/4$, quand $\alpha = 3\pi/4$?

Comment peut-on vérifier ce résultat avec un polariseur rectiligne ?

Remarquons que le résultat de cette expérience (l'intensité lumineuse après le polariseur rectiligne est indépendante de son orientation et ne change pas quand on le tourne) est le même si la lumière arrivant sur le polariseur rectiligne est une lumière naturelle (suite de trains d'ondes de polarisations aléatoires observée pendant une durée très grande par rapport à celle d'un train d'onde). On se reportera à l'exercice n°2 pour savoir comment distinguer les deux cas expérimentalement.

Exercice 2 : Distinction expérimentale entre une lumière naturelle et une lumière polarisée circulairement

1°) Quel est l'effet d'un polariseur rectiligne sur une lumière naturelle, dont on rappellera la définition ? L'orientation du polariseur a-t-elle une influence ?

2°) Quel est l'effet d'un polariseur rectiligne sur une lumière polarisée circulairement ? L'orientation du polariseur a-t-elle une influence ?

3°) Quel est l'effet d'un polariseur circulaire sur une lumière polarisée circulairement ? Comment le vérifier expérimentalement ?

4°) Quel est l'effet d'un polariseur circulaire sur une lumière naturelle ? Comment le vérifier expérimentalement ? En déduire un protocole expérimental permettant de reconnaître une lumière polarisée circulairement d'une lumière naturelle.

Exercice 3 : Isolateur optique

1°) On envoie une onde plane polarisée circulairement sous incidence normale sur un miroir plan. Que devient-elle après réflexion ?

2°) Quel est l'effet d'une lame quart d'onde sur une polarisation circulaire ? Quel est l'effet d'une lame demi-onde sur une polarisation circulaire ?

3°) On considère le système suivant : un polariseur rectiligne suivi d'une lame quart d'onde orientée de telle façon que la direction du polariseur soit sur une (quelconque) des bissectrices des axes neutres, le tout suivi d'un miroir plan (incidence normale). Quel est l'effet de ce système sur une lumière quelconque ?

Exercice 4 : Spectre cannelé

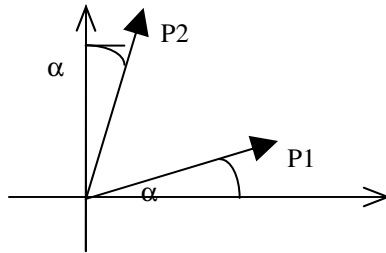
1°) On place une lame à retard de quartz de 3 mm d'épaisseur entre deux polariseurs rectilignes croisés et l'ensemble est éclairé par de la lumière blanche (spectre continu). Les axes neutres de la lame ne sont pas parallèles aux directions (perpendiculaires) des deux polariseurs. On constate que de la lumière, apparemment blanche, sort de l'ensemble. On disperse cette lumière à l'aide d'un spectroscopie à prisme et on constate l'existence d'une trentaine de cannelures c'est à dire de bandes noires dans le spectre continu coloré du rouge au violet de la lumière blanche.

Que peut-on dire de la direction de la polarisation juste avant le deuxième polariseur pour toutes les longueurs d'ondes absentes du spectre ?

Comment qualifier la lame pour toutes ces longueurs d'ondes ?

En déduire alors l'ordre de grandeur de la différence des deux indices sur les deux axes neutres.

2°) On appelle α l'angle entre les axes neutres de la lame et la direction du premier polariseur et on dispose alors le deuxième comme indiqué sur le schéma.



Montrer que l'on obtient un autre spectre cannelé. Comment sont les valeurs des longueurs d'ondes absentes par rapport aux précédentes.

3°) Que se passe-t-il si les deux polariseurs rectilignes sont croisés et parallèles aux axes neutres

Exercice 5 : Filtre de Lyot

Une onde plane traverse sous incidence normale le système suivant : un polariseur rectiligne P1 orienté d'un angle α par rapport à l'axe rapide d'une lame à retard à faces parallèles qui le suit et qui est donc aussi traversée et un deuxième polariseur rectiligne P2 orienté d'un angle β par rapport à l'axe rapide.

La lame d'épaisseur e est caractérisée par sa biréfringence Δn .

1°) Déterminer le champ électrique sortant et définir et déterminer le facteur de transmission complexe de l'ensemble lame + P2 en fonction de α , β , $e\Delta n$ et du nombre d'onde $\sigma = \frac{1}{\lambda}$.

2°) Etudier le facteur de transmission en intensité (réel) en fonction de $\varphi = 2\pi e\Delta n \sigma$ et montrer que ses variations sont les plus importantes lorsque $\alpha = 45^\circ$ et $\beta = 45^\circ$ ou $\alpha = 135^\circ$ et $\beta = 45^\circ$... c'est à dire lorsque les deux polariseurs sont soit croisés soit parallèles et à chaque fois à 45) des axes neutres. Donner dans les deux cas l'expression simple du facteur de transmission.

3°) On éclaire le système par un faisceau parallèle de lumière blanche et on fait suivre le système d'un prisme qui disperse la lumière. On observe un spectre cannelé. Expliquer en utilisant 2°). Pour quelles valeurs de α et β les cannelures sont-elles noires ? Que peut-on dire de la largeur des cannelures et de leur nombre quand $e\Delta n$ varie ?

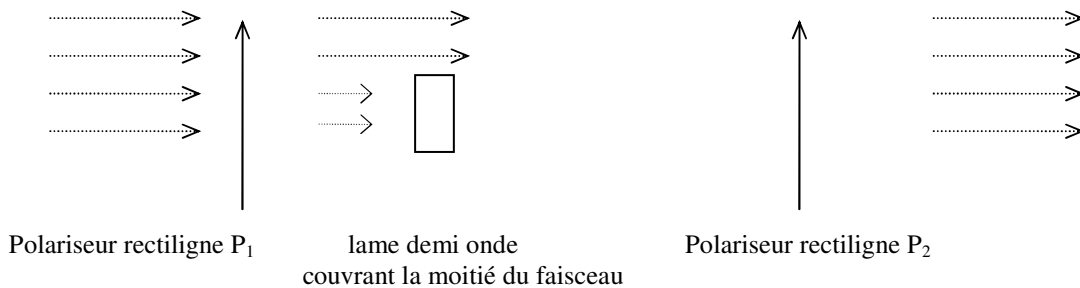
4°) On se place dans le cas où les deux polariseurs sont parallèles à 45° des axes neutres. On place après le système P1 L1 P2 une lame L2 du même matériau et d'épaisseur double d'axes neutres orientés parallèlement à ceux de L1 et un polariseur P3 parallèle à P2. Que vaut la transmission en intensité du système ?

Que vaut-elle lorsque l'on met N lames d'épaisseurs e , $2e$, $3e$, $N e$ et $N + 1$ polariseurs parallèles à 45° des axes neutres ? Tracer cette transmission pour N de 1 à 4. Montrer que l'on réalise un filtre en nombre d'onde de plus en plus sélectif.

Exercice 6 : Analyseur à pénombre

Pour repérer la position d'une polarisation rectiligne on place un polariseur rectiligne sur le faisceau et on cherche l'extinction. L'œil est un mauvais détecteur d'éclairement nul (seuil) et la précision est d'environ un degré .

Quand on veut une meilleure précision, on utilise un analyseur à pénombre dont le principe est le suivant :



Soient Ox et Oy les axes neutres de la lame. Dessiner la direction de P_1 par rapport à ces axes Ox et Oy puis les directions des polarisations des deux parties du faisceau après traversée de la lame demi onde.

Dans quelles directions faut-il orienter le polariseur P_2 pour obtenir des intensités identiques sur les deux parties du faisceau ?

Montrer que si l'angle entre la direction de polarisation donnée par P_1 et un axe neutre est faible une des deux positions de P_2 correspond à une égalité d'intensité faible des deux demi faisceaux.

L'œil étant très sensible à une égalité de deux éclairagements faibles la direction de P_2 est de précision bien meilleure (on gagne un facteur 50 environ).

Exercice 7 : Contraste et finesse d'un spectre cannelé

Une onde plane traverse sous incidence normale le système suivant : un polariseur rectiligne P_1 orienté d'un angle α par rapport à l'axe lent d'une lame à retard à faces parallèles qui le suit et qui est donc aussi traversée et un deuxième polariseur rectiligne P_2 orienté d'un angle β par rapport à l'axe lent.

La lame d'épaisseur e est caractérisée par sa biréfringence $\Delta n = n_{\text{lent}} - n_{\text{rapide}}$.

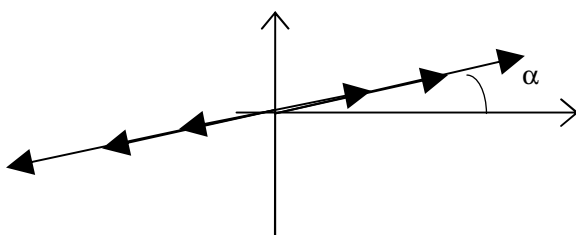
1°) Donner le champ électrique entrant (direction, valeur algébrique). Déterminer le champ électrique sortant (direction, valeur algébrique). Définir et déterminer le coefficient de transmission complexe de l'ensemble lame + P_2 en fonction de α , β , $e\Delta n$ et du nombre d'onde $\sigma = \frac{1}{\lambda}$.

2°) Étudier le coefficient de transmission T en intensité (réel) en fonction de $\varphi = 2\pi e\Delta n\sigma$ et montrer que ses variations sont les plus importantes lorsque $\alpha = 45^\circ$ et $\beta = 45^\circ$ ou $\alpha = 135^\circ$ et $\beta = 45^\circ$ ou ... c'est à dire lorsque les deux polariseurs sont soit croisés soit parallèles et à chaque fois à 45° des axes neutres. Donner dans les deux cas l'expression simple du coefficient de transmission ainsi que les valeurs des maxima et des minima.

3°) On éclaire le système par un faisceau parallèle de lumière blanche et on fait suivre le système d'un prisme qui disperse la lumière. On observe un spectre cannelé. Expliquer en utilisant 2°). Pour quelles valeurs de α et β les cannelures sont-elles noires c'est à dire de contraste 1 ? Que peut-on dire de la largeur des cannelures (ou de leur finesse) et de leur nombre quand $e\Delta n$ varie ?

Corrigé 1 : **POLARISEUR CIRCULAIRE**

Supposons que l'axe Ox soit l'axe lent et que l'onde arrive « vers nous ». On a le schéma suivant en $z = 0$, face d'entrée de la lame, sur lequel est représenté le champ électrique à différents instants :



$$\text{et l'on a } \vec{E}_0 \begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega t \\ E_0 \sin \alpha \cos \omega t \\ 0 \end{cases}$$

A la sortie de la lame ($z = e$), on obtient, compte tenu des vitesses de propagation différentes sur les deux axes neutres ($v_x < v_y$) :

$$\vec{E}_s \begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega(t - \frac{e}{v_x}) \\ E_0 \sin \alpha \cos \omega(t - \frac{e}{v_y}) \\ 0 \end{cases} \quad \text{ou en changeant l'origine des temps : } \vec{E}_s \begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega t \\ E_0 \sin \alpha \cos (\omega t + \varphi) \\ 0 \end{cases}$$

avec $\varphi = \omega e \left(\frac{1}{v_x} - \frac{1}{v_y} \right) = 2\pi \frac{v}{c} e (n_x - n_y) = \frac{2\pi}{\lambda} e \Delta n$ et $\Delta n > 0$

Par définition une lame à retard est quart d'onde si $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et ainsi : $\vec{E}_s \begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega t \\ -E_0 \sin \alpha \sin \omega t \\ 0 \end{cases}$

et l'extrémité du vecteur champ électrique décrit une ellipse d'axes Ox et Oy.

En conclusion : si $\alpha = \frac{\pi}{4}$ cette ellipse devient un cercle décrit dans le sens des aiguilles d'une montre, la polarisation est circulaire droite.

si $\alpha = 3\frac{\pi}{4}$ cette ellipse devient un cercle décrit dans le sens trigonométrique, la polarisation est circulaire gauche.

Remarques : Si l'on suppose que c'est Oy l'axe lent, les conclusions sont inversées. De même si l'on suppose que l'onde « s'éloigne de nous ».

Certains définissent une lame quart d'onde ainsi : $\varphi = \frac{\pi}{2} [\pi]$ ou $\varphi = (2K + 1) \frac{\pi}{2}$. Alors si K est pair la conclusion reste et elle est inversée si K est impair.

Remarquons enfin et surtout qu'il n'y a pas de moyen simple expérimental de détecter si une polarisation est circulaire (ou elliptique) droite ou gauche, il faudrait un récepteur de temps de réponse inférieur à une demi période pour savoir dans quel sens tourne le champ, ce qui n'existe pas.

Le polariseur rectiligne donne après sa traversée par l'onde circulaire une onde polarisée rectilignement dont l'amplitude est indépendante de sa direction (la projection d'un cercle sur une droite donne un segment toujours égal au diamètre du cercle).

Remarquons que le résultat de cette expérience (l'intensité lumineuse après le polariseur rectiligne est indépendante de son orientation et ne change pas quand on le tourne) est le même si la lumière arrivant sur le polariseur rectiligne est une lumière naturelle (suite de trains d'ondes de polarisations aléatoires observée pendant une durée très grande par rapport à celle d'un train d'onde). On se reportera à l'exercice n°2 pour savoir comment distinguer les deux cas expérimentalement.

Corrigé 2 : DISTINCTION EXPÉRIMENTALE ENTRE UNE LUMIÈRE NATURELLE ET UNE LUMIÈRE POLARISÉE CIRCULAIREMENT.

1°) La lumière naturelle est constituée d'une suite de trains d'ondes de durée τ_c de polarisations successives quelconques, observée pendant une durée τ_R (temps de réponse du récepteur) très grande devant τ_c . Ainsi la valeur moyenne du carré de la projection du champ électrique sur une direction quelconque est la même quelle que soit cette direction.

L'onde sortant du polariseur est donc polarisée rectilignement **et** son intensité est indépendante de l'orientation du polariseur.

2°) Le polariseur rectiligne polarise rectilignement l'onde polarisée circulairement. La valeur moyenne du carré de la projection du champ électrique dont l'extrémité se déplace sur un cercle sur un diamètre est la même quel que soit le diamètre donc l'intensité de la polarisation rectiligne sortante est indépendante de l'orientation du polariseur.

Ce n'est donc pas ainsi que l'on peut distinguer expérimentalement lumière polarisée circulairement et lumière naturelle ou non polarisée.

3°) Une lame quart d'onde introduit un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ entre les deux composantes du champ électrique projeté sur les deux axes de la lame quart d'onde. La lumière polarisée circulairement arrivant sur cette lame correspond déjà à un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ entre ses deux composantes. Ainsi le déphasage entre les deux composantes du champ électrique à la sortie est nul à π près. La polarisation de l'onde sortant d'une lame quart d'onde éclairée par une polarisation circulaire est donc rectiligne à 45° des axes neutres.

Il est possible en plaçant un polariseur rectiligne après d'éteindre et donc de vérifier le résultat énoncé.

4°) La lame quart d'onde introduit pour chaque polarisation successive arrivant un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ entre ses composantes. La polarisation reste donc elliptique a priori. La succession des polarisations incidentes est aléatoire (lumière naturelle) et celle des polarisations émergentes reste donc aussi aléatoire.

Ainsi le passage de cette lumière à travers un polariseur rectiligne donne une polarisation rectiligne, l'intensité de celle-ci étant indépendante de la direction du polariseur.

D'où le protocole expérimental :

Le passage de la lumière à travers un polariseur rectiligne donne une intensité identique quelle que soit l'orientation du polariseur rectiligne : il y a le choix entre une polarisation rectiligne et de la lumière naturelle.

On fait passer cette lumière inconnue à travers une lame quart d'onde et on place après un polariseur rectiligne : si on peut éteindre en tournant ce dernier la lumière initiale est polarisée circulairement, sinon c'est de la lumière naturelle dite non polarisée.

Corrigé 3 : ISOLATEUR OPTIQUE

1°) Sur le plan du miroir le champ électrique tourne dans un sens donné. Sur ce même plan le champ réfléchi tourne aussi dans le même sens. Sa direction est en effet opposée à celle du champ incident sur un miroir métallique parfait. Il tourne donc dans le même sens. Il en est de même sur les miroirs vrais. Ce champ réfléchi se propage maintenant dans l'autre sens et donc si la polarisation est initialement circulaire droite (resp. gauche) elle est après réflexion circulaire gauche (resp. droite) puisque l'on a changé le sens de propagation.

2°) Une lame quart d'onde rend rectiligne une polarisation circulaire, en effet :

$$\begin{cases} E_0 \cos \omega t \\ \pm E_0 \sin \omega t \end{cases} \text{ devient } \begin{cases} E_0 \cos \omega t \\ \pm E_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -\pm E_0 \cos \omega t \end{cases}$$

La polarisation rectiligne est suivant une des bissectrices des axes neutres.

Dans une lame demi-onde :

$$\begin{cases} E_0 \cos \omega t \\ \pm E_0 \sin \omega t \end{cases} \text{ devient } \begin{cases} E_0 \cos \omega t \\ \pm E_0 \sin(\omega t - \pi) = -\pm E_0 \sin \omega t \end{cases}$$

La polarisation reste circulaire mais est dans l'autre sens.

3°) Le polariseur rectiligne associé à la lame quart d'onde avec l'orientation indiquée donne une polarisation circulaire. Le miroir donne une polarisation circulaire de sens opposé et la lame quart d'onde retraversée donne une polarisation rectiligne sur une des bissectrices. Est-elle parallèle ou perpendiculaire à P1 ?

On appelle Ox l'axe rapide et Oy l'axe lent et on a $\alpha = 45^\circ$. On a après la lame :

$$\begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega t \\ E_0 \cos \alpha \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

puis après réflexion (donc propagation dans l'autre sens et changement du sens de la polarisation circulaire):

$$\begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega t \\ -E_0 \cos \alpha \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

puis la retraversée de la lame :

$$\begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega t \\ -E_0 \cos \alpha \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

La polarisation est donc rectiligne et puisque $\alpha = 45^\circ$ elle est perpendiculaire à la direction du polariseur P1 et la lumière est donc arrêtée. Il en est de même si on échange les axes et/ou si $\alpha = 135^\circ$.

Ainsi ce système interdit à la lumière réfléchie sur le miroir de revenir. On peut ainsi éviter des réflexions parasites.

On aurait pu dire de façon plus concise et élégante que la polarisation rectiligne issue du polariseur traverse deux lames quart d'onde d'axes correspondant (lent sur lent, rapide sur rapide) donc une lame demi onde. Elle devient donc rectiligne symétrique de l'initiale par rapport aux axes neutres. Elle est donc éteinte si le polariseur est sur une des bissectrices des axes neutres.

Corrigé 4 : SPECTRE CANNELÉ

1°) Une cannelure correspond à une longueur d'onde absente dans le spectre. Le champ électrique associé est donc arrêté par le 2^{ème} polariseur et il lui est donc perpendiculaire. La direction de ce champ n'a donc pas été modifiée par la lame. On peut donc dire que cette lame est onde pour toutes les longueurs d'ondes absentes. On a ainsi :

$$\frac{2\pi}{\lambda} e \Delta n = 2 k \pi \text{ avec } k \text{ entier strictement positif}$$

donc pour le rouge $\frac{2\pi}{\lambda_R} e \Delta n = 2 k_R \pi$ et pour le violet, autre extrémité du spectre $\frac{2\pi}{\lambda_V} e \Delta n = 2 k_V \pi$

$$\text{On a } k_V - k_R \approx 30 ; \lambda_R \approx 750 \text{ nm} ; \lambda_V \approx 450 \text{ nm} ; e = 3 \text{ mm} \text{ d'où } \Delta n \approx \frac{1}{e} \frac{30}{\frac{1}{\lambda_V} - \frac{1}{\lambda_R}} \approx 0.011$$

2°) P_2 arrête les polarisations rectilignes qui lui sont perpendiculaires et qui sont donc symétriques de P_1 par rapport aux axes neutres. Autrement dit la lame est demi-onde pour toutes les longueurs d'ondes absentes du spectre.

Soit λ_1 et λ_2 deux longueurs d'ondes absentes consécutivement dans le spectre cannelé vu en 1°) : on a :

$$\frac{2\pi}{\lambda_1} e \Delta n = 2 k_1 \pi \quad \text{et} \quad \frac{2\pi}{\lambda_2} e \Delta n = 2 (k_1 + 1) \pi \text{ et il existe alors une et une seule valeur } \lambda_3 \text{ comprise entre } \lambda_1 \text{ et } \lambda_2$$

telle que $\frac{2\pi}{\lambda_3} e \Delta n = 2 (k_1 + \frac{1}{2}) \pi$. Ainsi les spectres cannelés obtenus en 1°) et en 2°) sont décalés ou intercalés ou

complémentaires. Les nombres d'ondes définis par l'inverse de la longueur d'onde sont égaux à $k \frac{1}{e \Delta n}$ pour un des

spectre et à $(k + \frac{1}{2}) \frac{1}{e \Delta n}$ pour l'autre.

3°) Une polarisation rectiligne parallèle à un axe neutre traverse la lame sans modification, quelle que soit sa longueur d'onde, donc la lumière blanche reste polarisée rectilignement parallèlement à P_1 et est donc entièrement arrêtée par P_2 perpendiculaire à P_1 .

Corrigé 5 : **FILTRE DE LYOT**

1°) Le champ électrique sortant de P_1 est polarisé rectilignement dans la direction de P_1 . Il a pour amplitude E_0 et varie sinusoidalement à la pulsation $\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda}$

$$\text{A l'entrée de la lame, on le projette sur les deux axes : } \begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega t \\ E_0 \sin \alpha \sin \omega t \end{cases}$$

A la sortie, du fait de la vitesse de propagation différente sur les deux axes, on a :

$$\begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega(t - \frac{e}{v_x}) \\ E_0 \sin \alpha \sin \omega(t - \frac{e}{v_y}) \end{cases} \text{ soit, en changeant l'origine des temps et en posant}$$

$$\varphi = \omega e \left(\frac{1}{v_y} - \frac{1}{v_x} \right) = 2 \pi e \Delta n$$

$$\begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega t \\ E_0 \sin \alpha \cos (\omega t - \varphi) \end{cases}$$

Le champ électrique sortant de P_2 est rectiligne et vaut :

$$E_0 \cos \alpha \cos \omega t \cos \beta + E_0 \sin \alpha \cos (\omega t - \varphi) \sin \beta \text{ soit } \text{Re}(E_0 (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta e^{-i\varphi}) e^{i\omega t})$$

d'où un facteur de transmission complexe $\tau = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta e^{-i\varphi}$

2°) Le facteur de transmission en intensité T est tel que $I = T I_0$ avec $I = EE^*$ et $I_0 = E_0 E_0^*$ soit

$$T = \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \cos \varphi$$

T est extremum pour $|\cos \varphi| = 1$ et les valeurs des extrema sont donnés par

$$T = \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \pm 2 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \text{ soit}$$

$$T = (\cos \alpha \cos \beta \pm \sin \alpha \sin \beta)^2$$

$$\text{On a donc } T_{\max} - T_{\min} = |(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)^2 - (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)^2| =$$

$$4 |\cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta| = |\sin 2\alpha \sin 2\beta|$$

Cette différence est maximale lorsque $2\alpha = \frac{\pi}{2} [\pi]$ et $2\beta = \frac{\pi}{2} [\pi]$ soit, avec α et β tous les deux compris entre 0

et π , les quatre solutions $\alpha = \beta = 45^\circ$; $\alpha = \beta = 135^\circ$; $\alpha = 45^\circ \beta = 135^\circ$; $\alpha = 135^\circ \beta = 45^\circ$; ou bien : les polariseurs sont parallèles et à 45° des lignes neutres ou les polariseurs sont croisés et à 45° des lignes neutres (sans avoir à préciser leur nature lent ou rapide).

Dans le cas polariseurs croisés $T = \sin^2 (\pi e \Delta n \sigma)$ et dans le cas polariseurs parallèles

$$T = \cos^2 (\pi e \Delta n \sigma)$$

On a donc dans les deux cas $T_{\max} = 1$ et $T_{\min} = 0$

3°) L'ensemble $L_1 P_2$ donne une transmission $T_1 = \cos^2 (\pi e \Delta n \sigma)$ et l'ensemble $L_2 P_3$ donne une transmission $T_2 = \cos^2 (\pi 2e \Delta n \sigma)$.

On a donc $T = T_1 T_2 = \cos^2(\pi e \Delta n \sigma) \cos^2(\pi 2e \Delta n \sigma)$ ou d'une façon plus générale pour N ensembles Lamé +

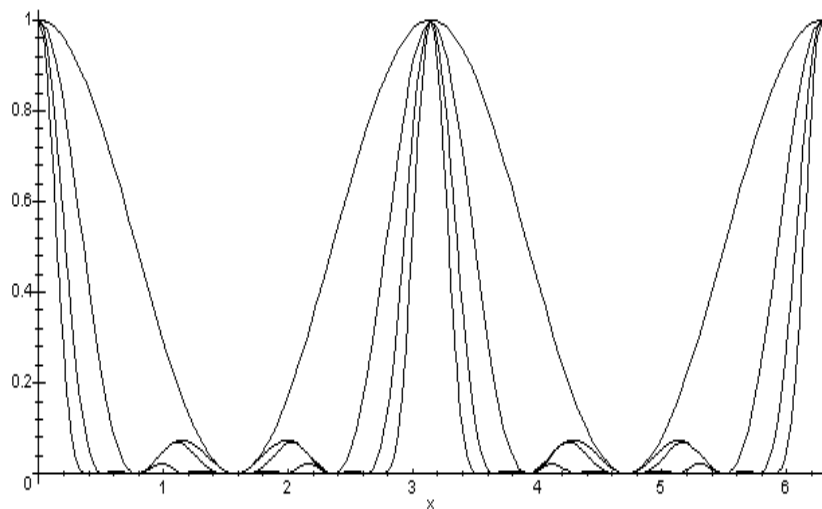
$$\text{Polariseur } T = \prod_{i=1}^N \cos^2(i \pi e \Delta n \sigma)$$

Le tracé suivant où x est proportionnel à σ montre bien que le filtre est de plus en plus sélectif lorsque l'on augmente le nombre d'éléments Lamé + Polariseur. Le tracé s'apparente à celui que l'on rencontre dans l'étude des

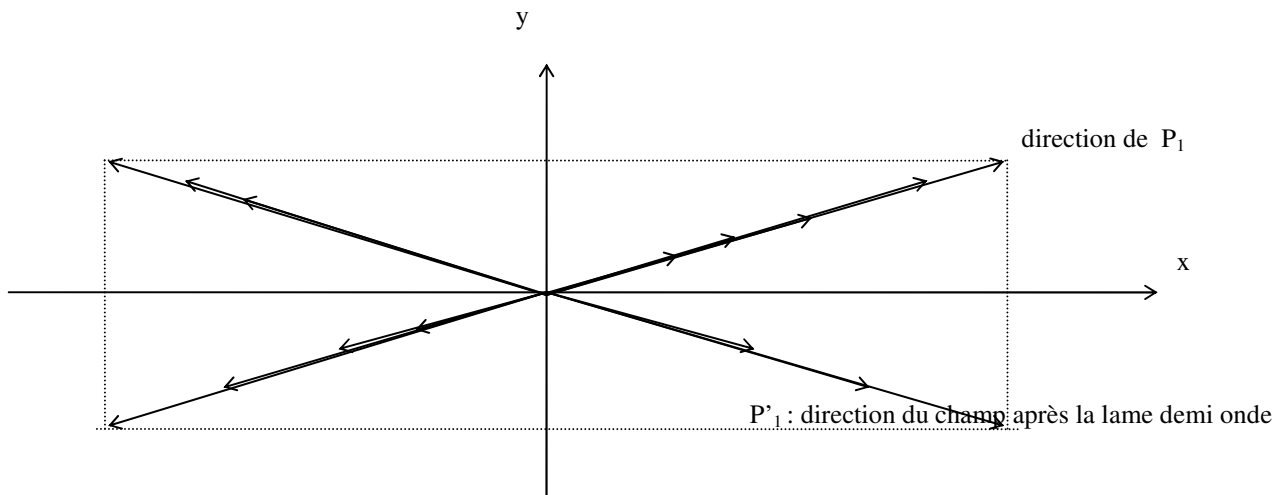
réseaux. On peut d'ailleurs montrer que $T = \prod_{i=1}^N \cos^2(i \pi e \Delta n \sigma) = \left(\frac{\sin(2^{N-1} x)}{2^N \sin x} \right)^2$

très voisin de la fonction réseau $\left(\frac{\sin(\frac{N\phi}{2})}{\sin \frac{\phi}{2}} \right)^2$

Tracés des 4 fonctions



Corrigé 6 : ANALYSEUR À PÉNOMBRE



Pour obtenir des intensités identiques sur les deux parties du faisceau il faut et il suffit que les projections du champ électrique correspondant à une onde polarisée rectilignement ici soient les mêmes. Il n'y a que deux solutions : P_2 est sur l'une ou l'autre des deux bissectrices de P_1 et P'_1 donc parallèle à l'un ou l'autre des axes neutres.

Le schéma montre aussi que si l'angle entre la direction de P_1 et l'un quelconque des deux axes neutres est faible, alors l'une des deux positions de P_2 trouvées précédemment correspond à une égalité d'intensité faible des deux demi-faisceaux.

Corrigé 7 :**CONTRASTE ET FINESSE D'UN SPECTRE CANNELE**

1°) Le champ électrique sortant de P1 est polarisé rectilignement dans la direction de P1. Il a pour amplitude E_0 et varie sinusoidalement à la pulsation $\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda}$

A l'entrée de la lame, on le projette sur les deux axes :

$$\begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega t \\ E_0 \sin \alpha \sin \omega t \end{cases}$$

A la sortie, du fait de la vitesse de propagation différente sur les deux axes, on a :

$$\begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega(t - \frac{e}{v_x}) \\ E_0 \sin \alpha \sin \omega(t - \frac{e}{v_y}) \end{cases}$$

soit, en changeant l'origine des temps et en posant

$$\varphi = \omega e \left(\frac{1}{v_y} - \frac{1}{v_x} \right) = 2\pi e \Delta n$$

$$\begin{cases} E_0 \cos \alpha \cos \omega t \\ E_0 \sin \alpha \cos (\omega t - \varphi) \end{cases}$$

Le champ électrique sortant de P2 est rectiligne et vaut :

$E_0 \cos \alpha \cos \omega t \cos \beta + E_0 \sin \alpha \cos (\omega t - \varphi) \sin \beta$ soit $\text{Re}(E_0 (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta e^{-i\varphi}) e^{i\omega t})$
d'où un facteur de transmission complexe $\tau = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta e^{-i\varphi}$

2°) Le facteur de transmission en intensité T est tel que $I = T I_0$ avec $I = EE^*$ et $I_0 = E_0 E_0^*$ soit

$$T = \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \cos \varphi$$

T est extremum pour $|\cos \varphi| = 1$ et les valeurs des extrema sont donnés par

$$T = \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \pm 2 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta$$

$$T = (\cos \alpha \cos \beta \pm \sin \alpha \sin \beta)^2$$

$$\text{On a donc } T_{\max} - T_{\min} = |(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)^2 - (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)^2| =$$

$$4 |\cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta| = |\sin 2\alpha \sin 2\beta|$$

Cette différence est maximale lorsque $2\alpha = \frac{\pi}{2} [\pi]$ et $2\beta = \frac{\pi}{2} [\pi]$ soit, avec α et β tous les deux compris entre 0

et π , les quatre solutions $\alpha = \beta = 45^\circ$; $\alpha = \beta = 135^\circ$; $\alpha = 45^\circ \beta = 135^\circ$; $\alpha = 135^\circ \beta = 45^\circ$; ou bien : les polariseurs sont parallèles et à 45° des lignes neutres ou les polariseurs sont croisés et à 45° des lignes neutres (sans avoir à préciser leur nature lent ou rapide).

Dans le cas polariseurs croisés $T = \sin^2 (\pi e \Delta n \sigma)$ et dans le cas polariseurs parallèles

$$T = \cos^2 (\pi e \Delta n \sigma)$$

Dans les deux cas $T_{\max} = 1$ et $T_{\min} = 0$

3°) T est une fonction sinusoidale de σ donc toutes les longueurs d'onde de la lumière blanche ne passent pas de la même façon, le spectre est modulé en fonction de σ : il apparaît des cannelures, zones de plus faible intensité, périodiquement selon σ . Les cannelures sont noires pour P1 et P2 croisés ou parallèles, seules solutions pour avoir $T_{\min} = 0$.

Lorsque $e \Delta n$ augmente, il y a plus de cannelures car plus de valeurs de σ dans le visible annulant T : Par exemple dans le cas croisés on a $\pi e \Delta n \sigma_R = k_R \pi$ et $\pi e \Delta n \sigma_V = k_V \pi$ donc $k_V - k_R = (\sigma_V - \sigma_R) e \Delta n$ augmente quand $e \Delta n$ augmente.

Ces cannelures sont de plus en plus fines quand $e \Delta n$ augmente puisque la période en σ de T est $\frac{1}{e \Delta n}$.

POLARISATION DE LA LUMIÈRE. LAME À RETARD

1. Polarisation d'une onde lumineuse.

On dispose de polariseurs rectilignes.

- Observer très rapidement le soleil à travers un polariseur. Que se passe-t-il si on le tourne ? Conclure.
- Observer le bleu du ciel ou les nuages à travers un polariseur. Que se passe-t-il si on le tourne ? Conclure.
- Observer l'image par réflexion oblique d'un objet par une vitre à travers un polariseur. Que se passe-t-il si on le tourne ? Conclure. Compléter par l'expérience des miroirs de Malus avec l'appareil de Norenberg.
- Placer un cristal de spath sur cette feuille à cet endroit \rightarrow *SPATH* \leftarrow Observer sans polariseur puis avec en le faisant tourner. Comment sont polarisées les deux images? Que peut-on dire de l'angle entre leurs deux directions de polarisation?
- Conclure sur les phénomènes conduisant à polariser la lumière.

2. Loi de Malus.

Éclairer un diaphragme circulaire au moyen d'une source de lumière blanche.

Placer ensuite une lentille L_1 de manière à obtenir un faisceau de lumière parallèle ($f'_1 = 150$ mm). Réglage par autocollimation.

Placer enfin une lentille L_2 ($f'_2 = 300$ mm) de manière à faire dans le plan d'un écran l'image du diaphragme. Laisser environ 80 cm entre L_1 et L_2 .

On pourra agir sur le condenseur de la lampe et sur la position de celle-ci pour améliorer la qualité de l'image qui doit être uniformément éclairée, à bords nets.

- Placer un polariseur entre les deux lentilles et faire tourner sa direction privilégiée. Observe-t-on quelque chose sur l'écran ? Quelles sont les deux possibilités pour la polarisation de la lumière émise par la source ?
- Placer un second polariseur (nommé analyseur) sur le trajet de la lumière. Le faire tourner. Justifier vos observations et observer qualitativement la loi de Malus.
- Rappeler l'expression précise de cette dernière et sa justification. Rappeler le principe sur lequel s'appuie la réalisation des polariseurs et justifier ainsi ce qu'on observe lorsque les deux polariseurs sont croisés.

3. Lames biréfringentes ou lames à retard

3.1 Repérage des axes neutres d'une lame quelconque

On dispose de deux lames $\lambda/4$, d'une lame $\lambda/2$ et d'une lame de quartz dite "parallèle".

- Rappeler ce qu'on appelle axes neutres de la lame. Quel est, dans le cas le plus général, l'action d'une telle lame sur une lumière incidente polarisée rectilignement arrivant sur la lame sous incidence normale ?
- Placer la lame de quartz parallèle sur un support permettant de la faire tourner. Placer ce support dans une position quelconque entre P et A dans le montage précédent (2. Loi de Malus), les positions de P et A étant a priori quelconques. Faire tourner A. Décrire et conclure.
- Enlever la lame. Croiser P et A. (on met en général P "vertical" et A "horizontal"). Remettre la lame et la faire tourner autour de l'axe de montage. Repérer ainsi ses axes neutres.

3.2 Étude d'une lame demi-onde : action sur une polarisation rectiligne

- Rappeler ce qu'est une lame demi-onde.
- Repérer ses axes comme plus haut.
- A partir de cette disposition de P et A (croisés) et de la lame (axes neutres sur P et A) placer P et A pour observer l'extinction. Tourner alors P de 20° puis tourner A de manière à éteindre la lumière transmise. De combien a tourné A ? Dans quel sens ? Justifier en faisant un dessin.

3.3 Étude d'une lame quart d'onde : action sur une polarisation rectiligne, sur une polarisation circulaire

- Repérer ses axes neutres comme plus haut.
- A partir de cette disposition de P et A (croisés) et de la lame (axes neutres sur P et A), placer P et A pour observer l'extinction. Tourner P de 20° puis tourner A. Décrire et justifier théoriquement ce que l'on observe.
- A partir de cette disposition de P et A (croisés) et de la lame (axes neutres sur P et A), placer P et A pour observer l'extinction. Tourner P de 45° puis tourner A. Décrire et justifier théoriquement ce que l'on observe.

* Placer alors un filtre adapté sur le trajet de la lumière et reprendre la manipulation. Comment nommer le dispositif P (à 45°) + lame $\lambda/4$? Que se passerait-il théoriquement si on avait tourné P de 45° dans l'autre sens? Essayer.

- Placer alors la seconde lame quart d'onde derrière la première, ses axes étant orientés de façon quelconque. Faire tourner A et conclure. Justifier par le calcul. Comment nommer le dispositif lame $\lambda/4$ + A ?

- Prouver expérimentalement que la lumière émise par la source de lumière blanche n'est pas polarisée circulairement.

3.4 Étude d'une lame demi-onde : action sur une polarisation circulaire, elliptique

* Placer après P et la lame $\lambda/4$ (P étant à 45°) une lame $\lambda/2$. Analyser la lumière émergente avec A. Décrire et expliquer.

* Placer après P et la lame $\lambda/4$ (P n'étant pas à 45°) une lame $\lambda/2$. Analyser la lumière émergente avec A. Décrire et expliquer .

4. Obtention d'un spectre cannelé.

- Placer la lame de quartz "parallèle" dans le montage entre P et A croisés.
- Remplacer le diaphragme par une fente fine placée au même endroit. Placer juste avant L_2 un prisme à vision directe et observer. Décrire le phénomène. On pourra incliner l'écran pour étaler le spectre.
- Faire tourner la lame dans son plan pour obtenir des cannelures bien nettes. Comment sont alors P et A par rapport aux axes neutres de la lame de quartz ?
- Que peut-on dire de la lame pour les longueurs d'onde correspondant à ces cannelures ?
- Donner une relation entre e (épaisseur de la lame), Δn (différence des deux indices), p (ordre d'interférence) et λ .
- Compter le nombre de cannelures visibles et déduire de l'intervalle spectral observé [500nm, 650nm] l'ordre de grandeur de Δn .
- Amener A parallèlement à P. Observer, décrire en comparant au spectre cannelé précédent et ... expliquer.

5. Analyseur à pénombre

L'oeil est mal adapté à la détection d'un maximum ou d'un minimum de lumière mais il est très sensible à la différence entre deux éclaircissements dès qu'ils sont faibles. Dans un analyseur à pénombre on utilise cette propriété.

L'analyseur à pénombre comporte une lame $\lambda/2$ qui couvre la moitié du faisceau seulement.

- Placer cette lame entre polariseur et analyseur croisés. Placer ses axes neutres colinéaires à P et A. Faire ensuite tourner P d'un petit angle (un degré par exemple).

- Faire l'image de la lame avec un bord net sur l'écran (utiliser une lentille de distance focale 150 mm ou 200 mm à la place de L_2).

- Faire tourner A et décrire l'écran. Comment doit-on placer A pour obtenir deux plages éclairées avec la même faible intensité faible (expliquer avec un schéma) ? Comparer la précision du réglage avec celle de l'extinction avec P et A croisés sans la lame.

Matériel pour le TP sur la polarisation

Lampe source blanche avec condenseur intégré.

Une fente de largeur réglable.

Un écran blanc.

Lentilles convergentes de distances focales : 150 mm (2), 300 mm.

2 polariseurs.

1 lame $\lambda/2$.

1 lame $\lambda/2$ à bord net.

Un prisme à vision directe.

Filtres vert et orange.

Un diaphragme.

Un miroir plan (pour l'autocollimation).

2 lames $\lambda/4$.

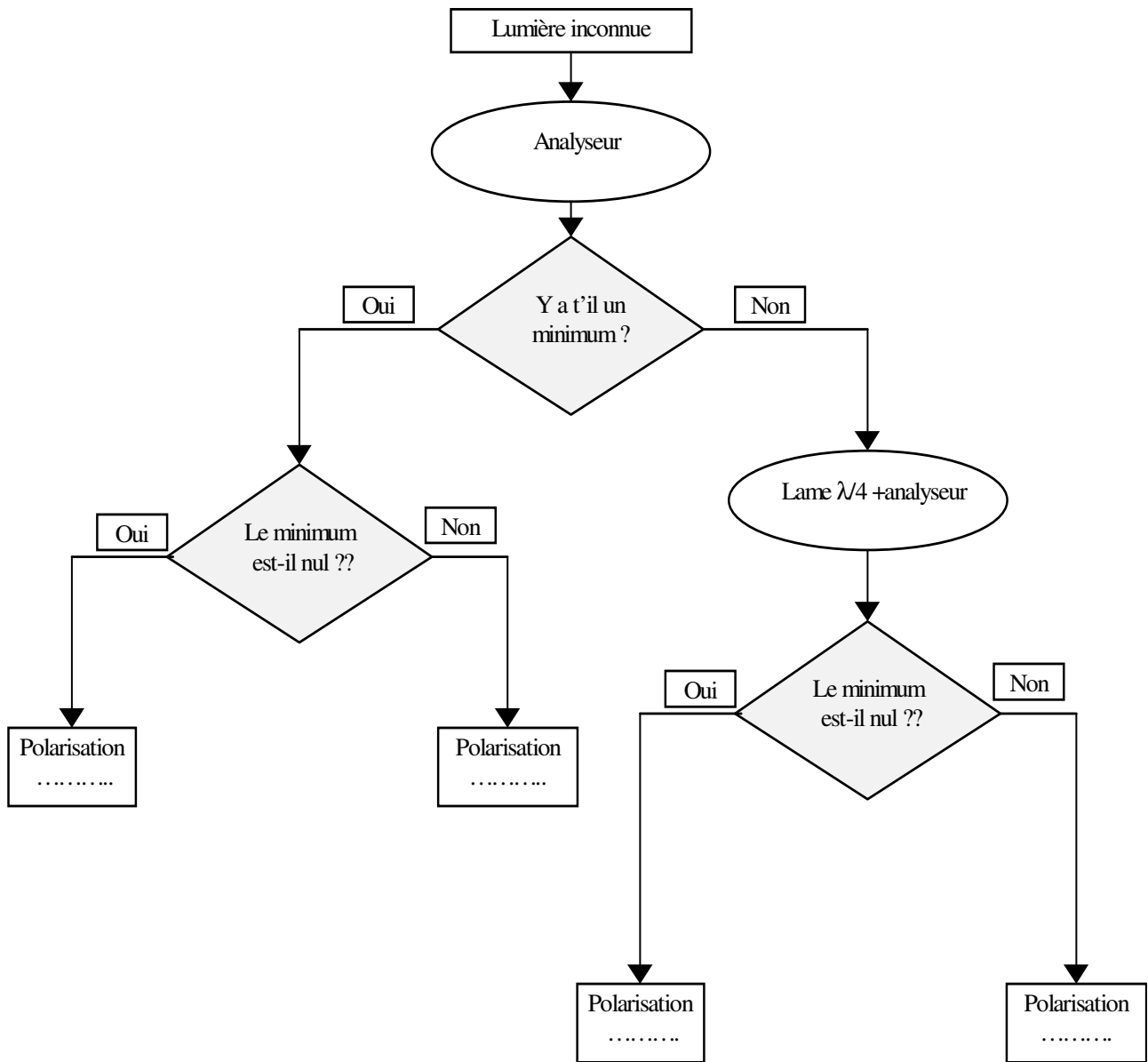
Un support orientable.

1 lame de quartz parallèle.

Appareil de Malus.

Résumé

Compléter les quatre cases du tableau ci dessous et le joindre au compte rendu:



6. Polarisation rotatoire (complément)

Revenir au montage d'étude initial (diaphragme bien éclairé au foyer objet d'une lentille convergente (150 mm) suivi à environ 50 cm d'une lentille convergente de 300 mm et d'un écran dans son plan focal image) et placer un polariseur P après la première lentille.

- Placer une des deux lames de quartz \perp dans le faisceau puis un polariseur. Que se passe-t-il en tournant celui-ci ?
- Tourner le quartz dans son plan et recommencer. Que constate-t-on ?
- Recommencer avec l'autre quartz. Qu'y a-t-il d'indiqué sur chacun des quartz ?
- Produire une lumière polarisée circulairement en rajoutant une lame $\lambda/4$ après le polariseur en l'orientant correctement. Placer un des deux quartz \perp et analyser la lumière avec un polariseur rectiligne. Que constate-t-on ? Recommencer avec l'autre quartz.

Sachant que la lumière polarisée rectilignement peut être vue comme la superposition d'une polarisation circulaire droite et d'une polarisation circulaire gauche, proposer à la suite des expériences précédentes une interprétation du phénomène de polarisation rotatoire.

7. Spectre cannelé. Mesure de la différence des indices.

Dans le montage du paragraphe 2, remplacer le diaphragme par une fente fine verticale. Éclairer celle-ci par de la lumière blanche (on pourra utiliser un condenseur). Positionner la fente dans le plan focal objet de L_1 par autocollimation. A l'aide de la lentille L_2 faire l'image de la fente source sur l'écran. Introduire les deux polariseurs entre les deux lentilles et croiser les. Introduire la lame de quartz parallèle de 4 mm d'épaisseur entre les deux polariseurs croisés. Que constaterez-vous ?

Introduire un prisme à vision directe entre L_2 et l'écran et observer le spectre. Que peut-on en dire? Tourner la lame dans son plan pour obtenir des cannelures bien nettes. Comment qualifier la lumière que l'on voyait en l'absence du prisme?

Que peut-on alors dire de la lame pour toutes les longueurs d'onde absentes? Donner la relation entre l'épaisseur e , la différence des indices « lent » et « rapide » Δn et la longueur d'onde λ . Compter le nombre de cannelures observées d'une extrémité à l'autre du spectre et sachant que λ varie d'environ 450 nm à 750 nm, donner un ordre de grandeur de Δn . On pourra remplacer le prisme à vision directe et l'écran par un petit spectroscopie « de poche » dans lequel on comptera le nombre de cannelures observées.

Complément: faire un angle quelconque (30° par exemple) entre la direction du premier polariseur et un axe neutre de la lame. Orienter alors le deuxième polariseur perpendiculairement au symétrique par rapport aux axes neutres de la direction du premier polariseur. Observer le spectre. Comment qualifier la lame pour les λ absentes? Que peut-on dire de ces valeurs de λ par rapport au cas précédent? Comment sont les deux spectres cannelés?

