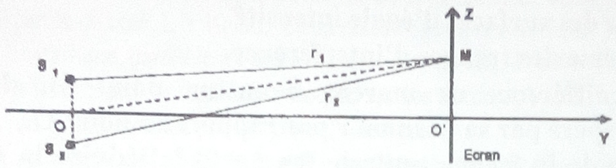
Faculté des Sciences Semlalia
Département de physique

Année universitaire 2015-2016

TD N°2 d'optique physique (S4)

Exercice 1

On place un écran (E) parallèlement à l'axe passant par deux sources ponctuelles (S_1 et S_2) cohérentes et symétriques par rapport à l'axe OY (voir figure : $S_1M = r_1$, $S_2M = r_2$, $S_1S_2 = d$, $OO' = D$ et $d << D$).



$2k\pi$
$(2k+1)\pi$

Les vibrations issues des deux sources sont données par : $s_1 = a_1\cos(\omega t - \varphi_1)$ et $s_2 = a_2\cos(\omega t - \varphi_2)$. L'ensemble (les deux sources et l'écran) est dans un milieu d'indice n et on observe les interférences au point M d'abscisse z ($O'M = z$).

1- Démontrer que le déphasage au point M est donné par : $\Delta\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta$ où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide et δ est la différence de marche.

2- Calculer la différence de marche δ (au point M) en fonction de n, d, D et z.

3- Soit s(M) l'onde résultante en M. Calculer son amplitude a et sa phase φ en fonction de a_1, a_2, φ_1 et φ_2. (La méthode des nombres complexes est recommandée).

4- En déduire l'intensité résultante I(M) en fonction de a_1, a_2 et $\Delta\varphi$.

5- On observe les franges d'interférences sur l'écran E. Donner la forme de ces franges et calculer l'interfrange i en fonction de n, d, D et λ_0. Quelle est la nature de la frange centrale?

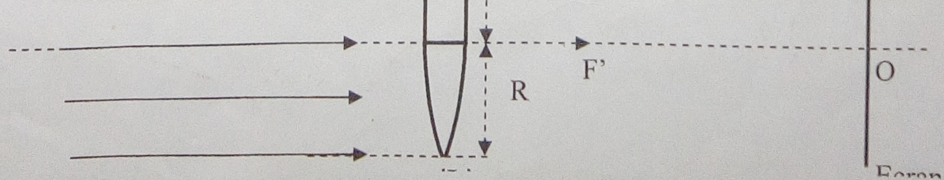
6- On pose $x = a_1/a_2$.
   a- Calculer la visibilité (contraste) V en fonction de x.
   b- Tracer la courbe V(x) et commenter ses variations.
   c- Calculer la valeur x_1 de x pour laquelle la visibilité est égale à 1. Commenter cette situation.

7- Le système est maintenant mit dans un milieu d'indice $n_1 > n$. Que se passe t-il pour l'interfrange i et la visibilité V (vos commentaires doivent être justifiés).

8- On met le système dans l'air.
   a- Que se passe t-il pour l'interfrange i ?
   b- Application numérique : $d = 2$ mm, $D = 2$ m, la distance b entre les franges brillantes d'ordre 5 et -5 est de 6,5 mm. Calculer la valeur de l'interfrange i et déduire la longueur d'onde et la couleur de la radiation utilisée.

Exercice 2

On considère le dispositif interférentiel formé d'une demi-lame à faces parallèles (ℓ) circulaire, d'épaisseur e accolée à une demi-lentille convergente (L) de distance focale f = 20 cm et de même épaisseur au centre optique e (voir figure). (L) et (ℓ) sont taillées dans un même verre d'indice n = 1.5 et ont un même rayon d'ouverture R = 1 cm. Ce dispositif est éclairé par un faisceau de largeur 2R, parallèle à l'axe optique de (L), issu d'une source ponctuelle (S) de lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0.588$ µm. On observe la figure d'interférence sur un écran, perpendiculaire à l'axe optique de (L), placé à d = 4.5 m du foyer image F' de L.



1. Rappeler la condition fondamentale d'interférence entre les ondes issues de deux sources de lumière. Comment appelle-t-on de telles sources ?
2. Quelles sont les sources vérifiant cette condition dans le cas du dispositif considéré ?
3. S'agit-il d'un dispositif à interférences par division de front d'onde ou d'amplitude? Justifier votre réponse.
4. Faites un schéma montrant le champ d'interférence.
5. Montrer que la différence de marche géométrique δ_g en un point M quelconque du champ d'interférence s'exprime par : $\delta_g = F'M - d$
6. Déduire la forme des surfaces d'égale intensité.
7. En déduire la forme des franges d'interférence.
8. Déterminer la différence de marche δ en un point M, de l'écran d'observation, repéré par sa position r par rapport au point O.
9. Quel est l'ordre de la frange centrale (en r = 0) ? Déduire la nature de cette frange.
10. Déduire le rayon r_b des franges brillantes et calculer le rayon de la frange d'ordre 3.
11. Quel est l'ordre maximum P_{1max} à l'extrémité du champ d'interférence ?
12. Quelles sont les longueurs d'ondes éteintes, à 5 mm de la frange centrale, si le dispositif est éclairé en lumière blanche.

Exercice 3

On considère le dispositif interférentiel formé d'une lentille mince L_1, plan-convexe, de grand rayon de courbure R_1, placée sur une lame de verre à faces planes parallèles à la face plane de la lentille. Le dispositif est éclairée par un faisceau de lumière monochromatique, de longueur d'onde □ = 0,546 µm, qui tombe sur la face plane de la lentille sous une incidence normale (Figure 1). On note par e la distance entre la lentille et la lame (voir figure 1).

1) Donner l'expression de la différence de marche géométrique δ_g entre les rayons réfléchis successivement sur la face convexe de la lentille et la face supérieure de la lame, en fonction de e.
2) Existe-t-il une différence de marche physique entre ces deux rayons ? Justifier votre réponse.
3) Si oui, quelle est la valeur de cette différence de marche physique ?
4) Déduire la différence de marche totale □
5) En déduire la forme des franges d'interférences.
6) Montrer que le rayon r des anneaux et lié à la distance e par la relation :
$$e = \left(R_1 - \sqrt{R_1^{\,2} - r^2}\right)$$
7) Déduire l'expression approchée (au premier ordre en r/R_1) de e sachant que $r \ll R_1$.
8) Sachant que le rayon du 5ème anneau sombre, observé par réflexion, est de 6 mm, calculer le rayon de courbure R_1 de la face convexe de la lentille.

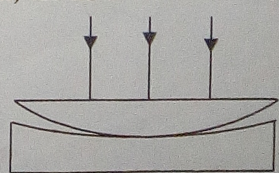


Figure 2

9) **On pose la lentille L_1 sur la face concave, d'une lentille L_2, de rayon de courbure R_2 (Figure 2). Le rayon du $5^{ème}$ anneau sombre, par réflexion, devient égal à 7,4 mm. Calculer R_2 et le rayon du $10^{ème}$ anneau sombre.**

Exercice 4

Un coin d'air est réalisé au moyen de deux lames de verre, à faces parallèles d'indice n, de forme carrée de côté L = 10 cm. Deux côtés des lames coïncident et les côtés opposés sont séparés par un fil métallique, parallèle à l'arête commune, et de diamètre d = 10 μm. Dans tout l'exercice on s'intéresse à la lumière réfléchie sur les deux faces en regard des lames, qui forment entre elles un coin d'air d'un petit angle α (voir figure).

A/ Etude du phénomène d'interférence en lumière monochromatique.

Le coin d'air est éclairé en lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0{,}6$ μm, sous une incidence normale. On repère la position d'un point d'interférence M, par son abscisse x, à partir de l'arête du coin.

1°/ Décrire brièvement la formation des franges d'interférences.

2°/ S'agit-il d'un phénomène d'interférences localisées ou non localisées ? Justifier votre réponse.

3°/ La différence de marche géométrique entre deux rayons réfléchis est $\delta_g = 2e$.

a/ Déterminer la différence de marche totale δ en fonction de x où l'épaisseur du coin est e.

b/ Trouver l'ordre d'interférence p en fonction de x, d, L et λ.

c/ En déduire la forme des franges d'interférences.

4°/ Déterminer les expressions des positions x_m des franges brillantes et des franges sombres, avec m un nombre entier.

5°/ En déduire l'interfrange i , calculer sa valeur.

6°/ Déterminer le nombre de franges sombres observées dans le coin. Quelle est la nature de la frange qui coïncide avec l'arête.

7°/ On remplit le coin d'air avec un liquide d'indice $n_l = 1{,}66$; comment la figure d'interférence est-elle modifiée ?

B/ Etude du phénomène d'interférence en lumière blanche.

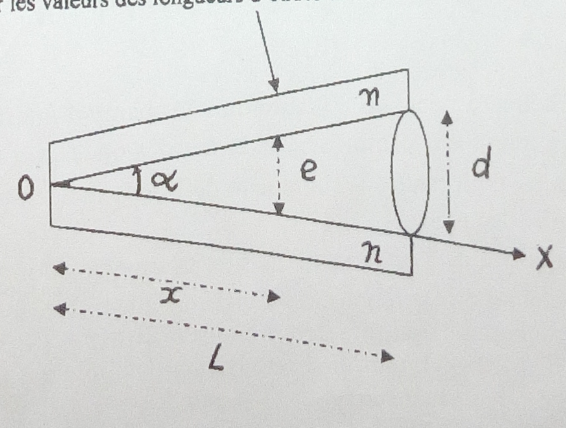
Le coin d'air précédent est éclairé par la lumière blanche (0,4 μm < λ < 0,8 μm) sous une incidence normale. Dans ce qui suit, les cannelures sombres (ou noires) correspondent aux longueurs d'ondes absentes, pour lesquelles l'ordre d'interférence est un demi-entier.

8°/ Expliquer le phénomène d'interférence observé dans le coin.

9°/ Trouver les expressions des longueurs d'ondes λ_m , en fonction de : L, x, d et m des radiations éteintes (absentes), en un point M d'abscisse x.

10°/ Calculer les valeurs possibles de m de ces cannelures lorsque x = 15 mm.

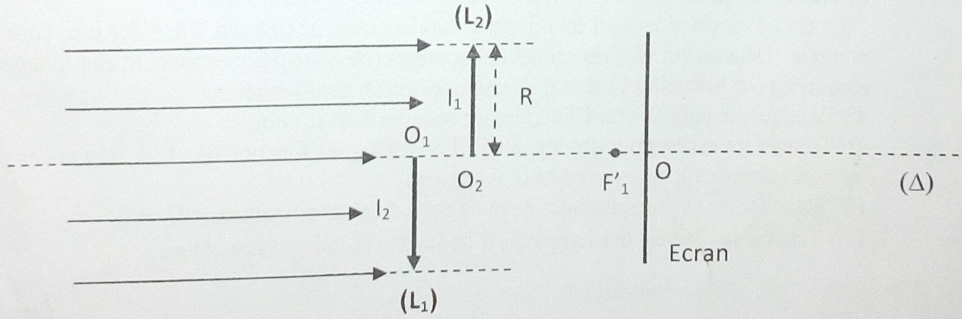
11°/ Trouver les valeurs des longueurs d'ondes de ces radiations éteintes.



2. Quelles sont les sources vérifiant cette condition dans le cas du dispositif considéré ?
3. S'agit-il d'un dispositif à interférences par division de front d'onde ou d'amplitude? Justifier votre réponse.
4. Faites un schéma montrant le champ d'interférence.
5. Montrer que la différence de marche géométrique δ_g en un point M quelconque du champ d'interférence s'exprime par : $\delta_g = F'M - d$
6. Déduire la forme des surfaces d'égale intensité.
7. En déduire la forme des franges d'interférence.
8. Déterminer la différence de marche δ en un point M, de l'écran d'observation, repéré par sa position r par rapport au point O.
9. Quel est l'ordre de la frange centrale (en r = 0) ? Déduire la nature de cette frange.
10. Déduire le rayon r_b des franges brillantes et calculer le rayon de la frange d'ordre 3.
11. Quel est l'ordre maximum P_{1max} à l'extrémité du champ d'interférence ?
12. Quelles sont les longueurs d'ondes éteintes, à 5 mm de la frange centrale, si le dispositif est éclairé en lumière blanche.

Exercice 3

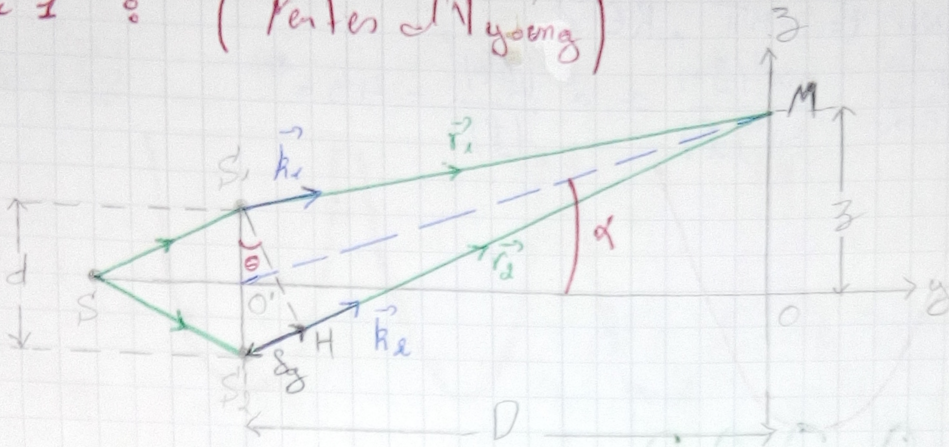
On considère le dispositif interférentiel formé de deux demi-lentilles convergentes identiques (L_1) et (L_2), de distance focale f = 10 cm et d'épaisseur au centre optique e. L_1 et L_2 sont taillées d'un même verre d'indice n = 1.5, ont un même rayon d'ouverture R = 5 cm et sont décalées de $O_1O_2 = d = 2$cm. Ce dispositif est éclairé par un faisceau de lumière monochromatique (issu d'une source ponctuelle S) de longueur d'onde λ = 0.6 μm, de largeur 2R et parallèle à l'axe optique (Δ) de L_1 et L_2. On observe la figure d'interférence sur un écran, perpendiculaire à (Δ), placé en O à D = d/2 = 1 cm du foyer image F'_1 de L_1 (voir figure).



13. Faites un schéma (à l'échelle 1/1) montrant le champ d'interférence.
14. Donner les expressions complexes, $\overline{E}_1$ et $\overline{E}_2$, des ondes qui traversent L_1 et L_2 respectivement. On prendra I_0 l'intensité de l'onde incidente et la phase de $\overline{E}_2$ comme origine des phases.
15. Déduire l'intensité de l'onde résultante de la superposition de $\overline{E}_1$ et $\overline{E}_2$, en un point M du champ d'interférence, en fonction de la différence de marche δ.
16. Exprimer les chemins optiques géométriques (SI_1M) et (SI_2M) en fonction de SF'_1, SF'_2, F'_1M, F'_2M, n et e. (I_1 et I_2 étant les points d'impact des rayons incidents sur L_1 et L_2 respectivement).

TD N°2

Ex 1 : (Fentes d'Young)



S_1 et S_2 sources cohérentes et synchrones $\Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2$

on pose $S_1S_2 = d$ et $OO' = D$, condition d'approximation $D \ggg d$

on pose $S_1M = r_1$, $S_2M = r_2$ et $OM = z$

Les fentes d'young donne un phénomène d'interférence par division du front d'ondes non localisées.

Soit $\begin{cases} S_1 = a_1 \cos(\omega t - \varphi_1) & \text{Vibration} \longrightarrow S_1 \\ S_2 = a_2 \cos(\omega t - \varphi_2) & \text{Vibration} \longrightarrow S_2 \end{cases}$

1°/

montrons que $\Delta\varphi(M) \equiv \varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta$:

avec λ_0 : longueur d'onde dans le vide,

δ : difference de marche optique.

rappel : pour un onde (EM) la vibration associe est notée

$S(\vec{r},t) = a\cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r})$, avec $\varphi = \vec{k}.\vec{r}$ est la phase de l'onde

donc $\varphi_1 = \vec{k_1}.\vec{r_1} = k_1 . r_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} . r_1$ avec $\lambda_1 = \lambda$

$\varphi_2 = \vec{k_2}.\vec{r_2} = k_2 . r_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} . r_2$ avec $\lambda_2 = \lambda$

d'où $d\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

avec λ longueur d'onde dans le milieu d'indice n $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

finalement $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n(r_2 - r_1)$, on pose $\delta = n(r_2 - r_1) = n\delta_g$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta}$$

2°/ Calcul de δ :

triangle $(S_1 S_2 H) \Rightarrow \sin\theta = \frac{\delta_g}{d}$, triangle $(O'OM) \Rightarrow tg\,\alpha = \frac{z}{D}$

comme $D >>> d \Rightarrow \alpha$ et θ sont très petit $\Rightarrow \alpha \simeq \theta \Rightarrow \sin\theta \simeq tg\,\alpha$

$$\delta_g = \frac{zd}{D} \quad \text{et} \quad \delta = n\,\delta_g \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{nzd}{D}}$$

3°/

Soit $S(M) = a\cos(\omega t - \varphi) \rightarrow \bar{S} = a e^{j\varphi}$ Vibration résultante en M.

de m̂ $\begin{cases} S_1(M) = a_1\cos(\omega t - \varphi_1) \rightarrow \bar{S}_1 = a_1 e^{j\varphi_1} \\ S_2(M) = a_2\cos(\omega t - \varphi_2) \rightarrow \bar{S}_2 = a_2 e^{j\varphi_2} \end{cases}$

or $\bar{S} = (\bar{S}_1 + \bar{S}_2) = a_1 e^{j\varphi_1} + a_2 e^{j\varphi_2}$

$= a_1\cos\varphi_1 + a_1 j\sin\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2 + a_2 j\sin\varphi_2$

$= (a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2) + j(a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2)$

par identification $\begin{cases} a\cos\varphi = a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2 & (1) \\ a\sin\varphi = a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2 & (2) \end{cases}$

$\longrightarrow$ Calcul de a :

$$(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow \boxed{a^2 = (a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2)^2 + (a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2)^2}$$

$\longrightarrow$ Calcul de φ :

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow tg\,\varphi = \frac{a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi = \mathrm{arc\,tg}\,\frac{a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2}}$$

4°/ intensité résultante en M :

$I(M) = \bar{S}(M).\bar{S}(M)^* = a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2(\cos\varphi_1\cos\varphi_2 + \sin\varphi_1\sin\varphi_2)$

$$\Rightarrow \boxed{I(M) = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\Delta\varphi}$$

Si on pose $I_1 = a_1^2 \longrightarrow$ intensité de S'_1

$I_2 = a_2^2 \longrightarrow$ intensité de S'_2

$$\Rightarrow \boxed{I(m) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi}$$

5/

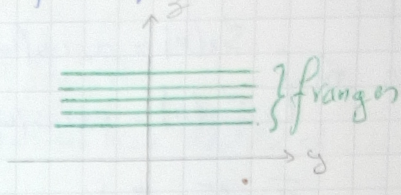
* forme des franges :

les franges d'interférences sont définis par :

$I = cte$ ou $\delta = cte$ ou $p = cte$ (ordre d'interférence)

de $\delta = \frac{n z d}{D} = cte \Rightarrow z = cte$

$\Rightarrow$ ensemble de droites // à l'axe oy



* Calcul de l'interfrange i :

i : est la distance séparant 2 franges successives de même nature (sombres ou brillantes).

– calcul de la position des franges brillantes :

les franges brillantes sont définis telles que $I(m) = I_{max} \Leftrightarrow \cos\Delta\varphi = 1$

$$a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 = (a_1+a_2)^2$$

$\cos\Delta\varphi = 1 \Leftrightarrow \cos\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \boxed{\delta_k = k\lambda_0}$ différence de marche associé aux franges brillantes.

or $\delta = \frac{n z d}{D} = k\lambda_0 \Rightarrow \boxed{z_k = \frac{\lambda_0 D}{n d} k}$

pour $k = 0 \longrightarrow z_0 = 0$ frange centrale brillante.

– calcul de la position des franges sombres :

Les franges sombres sont définis telles que : $I(m) = I_{min} \Leftrightarrow \cos\Delta\varphi = -1$

$$a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 = (a_1 - a_2)^2$$

$\cos\Delta\varphi = -1 \Leftrightarrow \cos\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = -1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = (2k+1)\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \boxed{\delta_k = (2k+1)\frac{\lambda_0}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda_0}$$

or $\delta = \frac{n z d}{D} = \left(k+\frac{1}{2}\right)\lambda_0 \Rightarrow \boxed{z_k = \frac{\lambda_0 D}{nd}\left(k+\frac{1}{2}\right)}$

finalement $i = z_{k+1} - z_k \Rightarrow \boxed{i = \frac{\lambda_0 D}{nd}}$ si $n \searrow \Rightarrow i \nearrow$

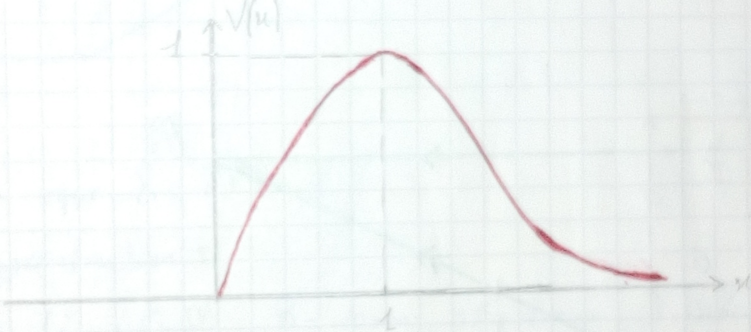
6°/ $u = \frac{a_1}{a_2}$

a - Visibilité $V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$

$$V = \frac{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 - a_1^2 - a_2^2 + 2a_1a_2}{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 + a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2} = \frac{4a_1a_2}{2(a_1^2+a_2^2)} = 2\,\frac{a_1/a_2}{1 + a_1^2/a_2^2}$$

$$\boxed{V = \frac{2u}{1+u^2}}$$

b_c -



* Commentaires

- en $u = 0 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \Rightarrow$ la source S_1 n'existe pas $\Rightarrow$ pas d'interférence.
- en $u = 1 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 1 \Rightarrow a_1 = a_2 \Rightarrow$ la source S_1 et S_2 de m amplitude (cas idéal pour voir le phénomène d'interférence) $\Rightarrow$ visibilité max.
- en $u \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 0 \Rightarrow a_2 = 0 \Rightarrow$ la source S_2 n'existe pas $\Rightarrow$ pas d'interférence
- en $u = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_2 = 2a_1 \Rightarrow$ l'interférence existe, mais visibilité diminue de 2.

7°/ $n_1 > n$

on a $i_n = \frac{\lambda_0 D}{nd}$ $\quad i_{n_1} = \frac{\lambda_0 D}{n_1 d} \Rightarrow i_{n_1} < i_n$

les franges vont se serrer les une aux autres

C/c : sur fur et a mesure que $n \nearrow \Rightarrow i \searrow$ on aura à la fin un brouillage du phénomène.

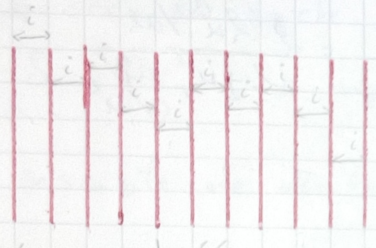
$V = \frac{2u}{1+u^2}$ est indépandante de n, pas de changement de V.

8°/

a- interfrange :

cas de l'air $n = 1$ $i_{air} = \frac{\lambda D}{d}$ $\Rightarrow$ i augmente

b- A.N :

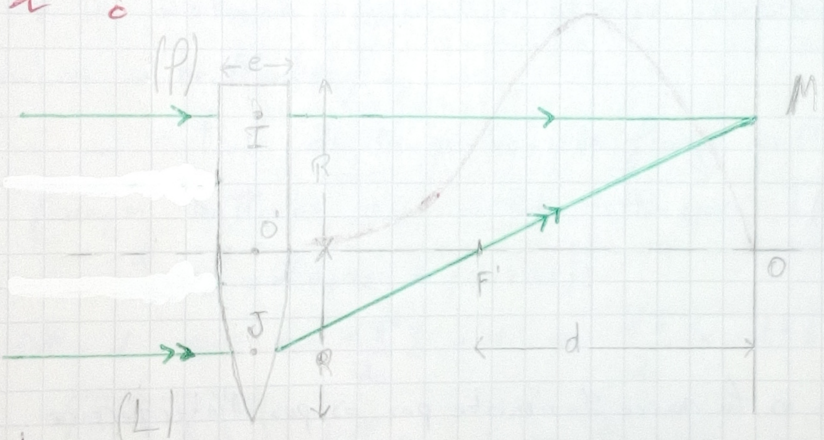


$b = 10 i$

$\Rightarrow i = \frac{b}{10} = \frac{6,5}{10} = 0,65$ mm

$\Rightarrow \lambda = \frac{id}{D} = 0,65\ \mu m \Rightarrow$ rouge

En 2 :



1°/ La condition fondamental d'interférence entre les ondes issues de 2 sources de lumière est que le déphasage entre les 2 ondes reste constant dans le temps (φ indépandante de t $\Rightarrow \frac{d\varphi}{dt} = 0$)

$\Rightarrow$ ces sources sont dites cohérentes.

2°/ Soit $S'_1 \equiv S_P$ image de $S(\infty)$

comme S à l'infini $\Rightarrow S'_1 \longrightarrow \infty$ $S'_1(\infty)$

Soit $S'_2 \equiv L$ image de $S(\infty)$

come S à l'infini $\Rightarrow S'_2 \longrightarrow F'$ $S'_2(F')$

Les 2 sources qui vont interférer l'une S_1 à l'∞, l'autre placé en F'.

Rq :

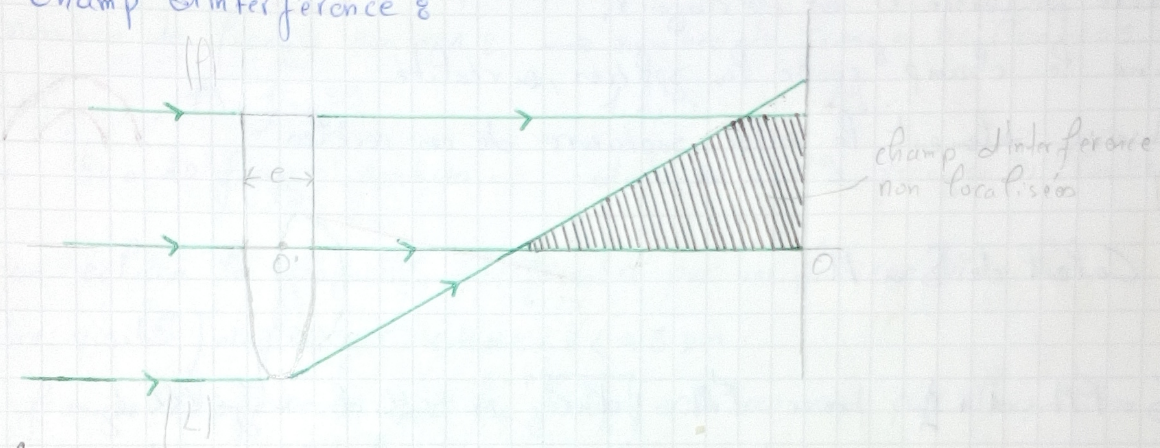
ce dispositif interférentiel n'est pas équivalent au fentes d'young.

3°/

ce dispositif est à interférences par division du front d'onde car le faisceau incident de diamètre $2R$ se décompose en un faisceau de diamètre R traverse (P) plus un faisceau de m̂ diamètre traverse (L).

4°/

champ d'interférence :



5°/ montrons que $\delta = F'M - d$

condition d'Approximation :

$e \approx 99\ mm$ $(i \to 5\ mm)$, $R = 10\ mm$, $O'F' = 200\ mm$, $d = 4600\ mm$

$\Rightarrow e < R \ll d$ on néglige les chemins optique dans (P) et (L)

$\Rightarrow \delta_g = (SJM) - (SIM)$

avec $(SIM) = (SI) + (IM) = SO' + O'M = SO' + O'F' + F'O = (SO'F') + d$

$(SJM) = (SJF') + (F'M) = (SOF') + (F'M)$

avec $(SJF') = (SOF')$ principe de Fermat

$\Rightarrow \delta = (SJM) - (SIM) \Rightarrow \boxed{\delta = F'M - d}$

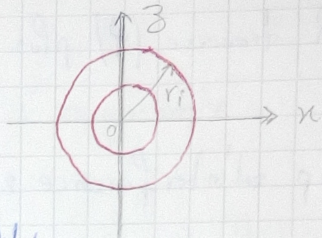
6°/ les surfaces d'égale intensité sont aussi les surfaces d'égale différence de marche càd

$\delta_g = cte \Rightarrow F'M - d = cte$ or $d = cte \Rightarrow F'M = cte$

ces surfaces sont des sphères concentriques de centre F' et de rayons $\rho_i = F'M_i$

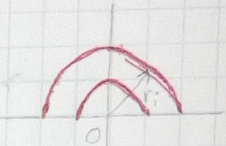
7°/ Forme des franges d'interférence :

est obtenu par l'intersection de ces sphères avec l'écran d'observation est le champ d'interférence.

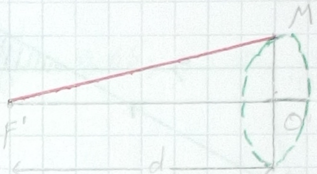


cette intersection donne un ensemble de cercle de centre O et de rayon r_i

comme le champ coupe les sphères, en réalité on observe seulement la moitié supérieure de ces cercles



8°/ Calcul de δ en M :



$$\delta = F'M - d + \frac{\lambda}{2} \quad \text{avec} \quad F'M = \sqrt{d^2 + r^2} \quad \text{or } r \ll d \Rightarrow \frac{r}{d} \lll 1$$

$$\Rightarrow F'M = d\left[1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2\right]^{1/2} \simeq d\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{r}{d}\right)^2\right]$$

$$\Rightarrow \delta = d + \frac{r^2}{2d} - d + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \boxed{\delta(r) = \frac{r^2}{2d} + \frac{\lambda}{2}}$$

9°/ ordre d'interférence :

$$p(r) = \frac{\delta(r)}{\lambda} = \frac{r^2}{2d\lambda} + \frac{1}{2}$$

$\rightarrow$ frange centrale $r = 0 \Rightarrow p_0 = p(r=0) = \frac{1}{2}$

donc la frange centrale est sombre.

10°/ Soit r_b rayons des franges brillantes

les franges brillantes sont telles que $\delta(r) = k\lambda$ ou $p = k$, $k \in \mathbb{N}^*$

$$\Rightarrow p(r) = \frac{r_b^2}{2\lambda d} + \frac{1}{2} = k \Rightarrow r_b = \left[\left(k - \tfrac{1}{2}\right) 2\lambda d\right]^{1/2} \quad k \in \mathbb{N}^*$$

cas $k = 3$ (frange d'ordre 3)

$r_3 = \left[(3 - \frac{1}{2}) \cdot 2\lambda d\right]^{1/2} = \sqrt{5\lambda d}$. A.N : $r_3 = 3,85$ mm.

11°/

Soit p_{max} ordre max à l'extrimité du champ d'interférence :

$p_{max} = p(r_{max} = R) = \frac{R^2}{2\lambda d} + \frac{1}{2}$. AN : $p_{max} = 19,4 \simeq 19 + \frac{1}{2}$

p_{max} est demi-entier $\Rightarrow$ la frange extrémale est sombre.

$\longrightarrow$ nombre de franges sombres : $\longrightarrow$ nombre de franges brillantes :

$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots, 19 + \frac{1}{2} = \frac{39}{2}$ $\quad$ $1, 2, 3, \ldots, 19$

donc on a 20 franges sombres. donc on a 19 franges brillantes.

12°/

on éclaire le dispositif interférentiel par une lumière blanche (spectre visible) défini par $0,4\,\mu m < \lambda < 0,8\,\mu m$

les franges éteintes ce sont les franges sombres càd pour lesquelles

$p(r) = (k + \frac{1}{2})$ ou $\delta(r) = (k + \frac{1}{2})\lambda$ ou $I(M) = I_{min}$

$\Rightarrow p(r) = \frac{r^2}{2\lambda d} + \frac{1}{2} = k + \frac{1}{2} \Rightarrow 2\lambda d k = r^2$

$$\boxed{\lambda_k = \frac{r^2}{2dk}}$$

les λ_k sont les longueurs d'ondes éteintes.

pour $r = 5$mm $\Rightarrow \lambda_k = \frac{2,77}{k}\,\mu m$, or $0,4\,\mu m < \lambda_k < 0,8\,\mu m$

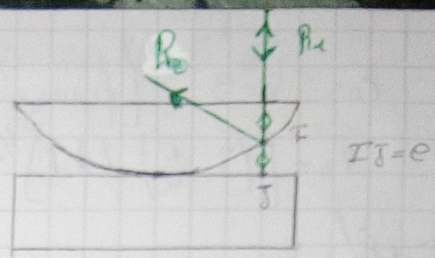
$\Rightarrow \frac{2,77}{0,8} < k < \frac{2,77}{0,4} \Rightarrow 3,45 < k < 6,9 \Rightarrow k = 4, 5, 6$

pour $k = 4 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{2,77}{4}\,\mu m = 0,69\,\mu m$ (rouge)

$k = 5 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2,77}{5}\,\mu m = 0,556$ (jaune)

$k = 6 \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2,77}{6}\,\mu m = 0,467$ (violet)

Ex 3 :



ce dispositif donne des franges localisées par division d'Amplitude.
le système sera équivalent à un coin d'air (càd à une lame à faces // d'épaisseur variable).

1°/ les rayons R_0 et R_1 ont une ≠ de marche (càd un déphasage) qui sera déterminé à partir d'un résultat de la lame à faces //

$\delta_g = 2ne\cos r$, or incidence normale $i=0 \Rightarrow r=0$, $n=1$ (coin d'air)

$\Rightarrow \boxed{\delta_g = 2e}$

2°/ il ∃ une différence de marche supplémentaire, car en J la réflexion est de l'air/verre. càd d'un milieu moin réfringent vers un milieu plus réfringent

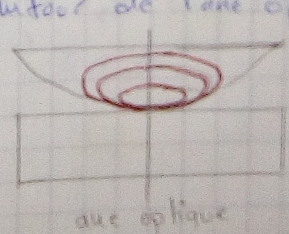
3°/ $\delta_p = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \varphi_p = \frac{2\pi}{\lambda}\delta_p \Rightarrow \delta_p = \pi$

4°/ Soit δ différence de marche optique totale $\delta = \delta_g + \delta_p = 2e + \frac{\lambda}{2}$

5°/ la forme des franges d'interférences est telles que:

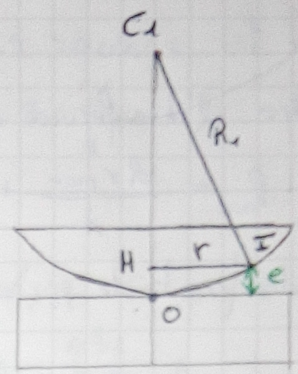
$\delta = cte \Rightarrow 2e + \frac{\lambda}{2} = cte \Rightarrow \boxed{e = cte}$

c'est l'épaisseur d'un cercle centré sur l'axe optique
les franges d'interférences sont un ensemble d'anneaux (cercles) centrés sur l'axe optique et de rayons r_i variables car le dispositif interférentiel à une symétrie de rotation autour de l'axe optique.
anneaux de Newton, localisés sur la face convexe de la lentille.



6°/

montrons que $e = R_1 - \sqrt{R_1^2 - r^2}$



triangle C_1IH $C_1I^2 = IH^2 + HC_1^2$

$R_1^2 = r^2 + (R_1 - e)^2$

$R_1^2 - r^2 = (R_1 - e)^2$

$R_1 - e = \sqrt{R_1^2 - r^2}$

$$\boxed{e = R_1 - \sqrt{R_1^2 - r^2}}$$

7°/

sachant que $r \ll R_1 \Rightarrow \frac{r}{R_1} \ll 1$

$\sqrt{R_1^2 - r^2} = R_1\left[1 - \left(\frac{r}{R_1}\right)^2\right]^{1/2} \simeq R_1\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R_1}\right)^2\right)$

$\Rightarrow e \simeq R_1 - R_1 + \frac{r^2}{2R_1} \Rightarrow \boxed{e = \frac{r^2}{2R_1}}$

8°/

Soit $r_5 = 6\,mm$ rayon de $5^{ème}$ anneau sombre

les anneaux sombres sont tels que : $\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda$

$\Rightarrow \frac{2r^2}{2R_1} + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda$

$\Rightarrow \frac{r^2}{R_1} = k\lambda \Rightarrow \boxed{r_k = \sqrt{k}\,.\sqrt{\lambda R_1}}$

cas où $k = 5 \Rightarrow r_5 = 6\,mm \Rightarrow R_1 = \frac{r_5^2}{5\lambda} = 13,6\ m.$

Rq : • frange centrale : $k = 0 \Rightarrow r = 0 \longrightarrow \delta_0 = \frac{\lambda}{2} \longrightarrow p_0 = 1/2$

la frange centrale est sombre.

• ordre d'interférence : $p(r) = \frac{\delta(r)}{\lambda} = \frac{2r^2}{2\lambda R_1} + \frac{1}{2} = \frac{2e}{\lambda} + \frac{1}{2} = k + \frac{1}{2}$

(franges sombres)

$\Rightarrow \frac{2e}{\lambda} = k \Rightarrow e = \frac{k\lambda}{2} \quad k \in \mathbb{N}$

$k = 0 \Rightarrow e_0 = 0$

$k = 1 \Rightarrow e_1 = \frac{\lambda}{2}$

$k = 2 \Rightarrow e_2 = \lambda$

• Entre les épaisseur e_1 et e_2 ont n'observe pas des anneaux.

• l'ordre d'interférence passe d'une valeur minimale $p_0 = 1/2$ à une valeur maximale $p_{max} = \frac{2 r_{max}^2}{\lambda} + \frac{1}{2}$

l'ordre croit de p_0 au centre à p_{max} à la périphérique.

ex :

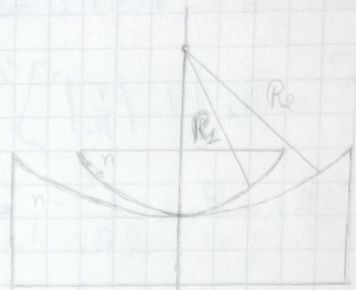
cas $\lambda = 589$ nm (jaune)

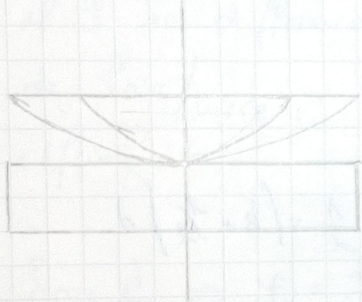
pour $k = 1 \longrightarrow e_1 = \frac{\lambda}{2} = \frac{589 \text{ nm}}{2} = 294$ nm

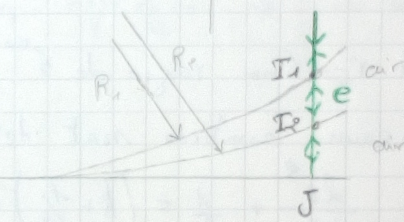
calcul de newton $e_1 = 285$ nm

9/ dispositif interférentiel

lentille plan convexe / lentille concave







on pose $I_1J = e_1$ et $I_2J = e_2 \Rightarrow e = e_1 - e_2$

avec $e_1 = \frac{r^2}{2R_1}$ et $e_2 = \frac{r^2}{2R_2}$

or $\delta(r) = 2e + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \delta(r) = r^2\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{\lambda}{2}$

Sachant que le $5^{ème}$ anneau sombre dans ce cas vaut $r_5 = 7,41$ mm

$$r^2\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{\lambda}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

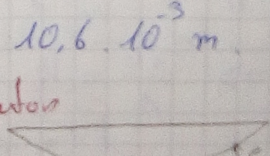
$\Rightarrow R_2 = \dfrac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{k\lambda}{r^2}}$, $k = 5$, $r_5 = 7,41$ mm $\Rightarrow R_2 = 38,6$ m

$\Rightarrow r = 10,6 \cdot 10^{-3}$ m

Dispositif particulière donnant les anneaux de Newton

$\delta(r) = 2e + \frac{\lambda}{2}$ avec $e = e' + h$ et $e' = \frac{r^2}{2R}$

$\Rightarrow \delta(r) = 2h + \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$

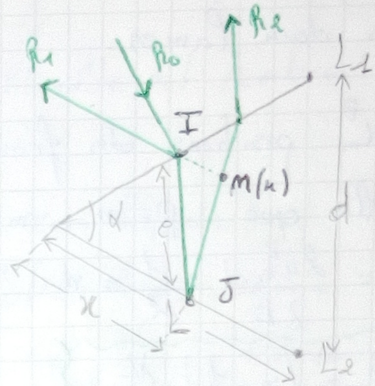


Ex 4 :

$tg\,\alpha \simeq \alpha = \frac{d}{L} = \frac{10.10^{-6}}{10.10^{-2}} = 10^{-4}\text{ rad} \simeq 6.10^{-3}° \simeq 3,5'$ (minute)

$\Rightarrow$ e très faible $\simeq$ 3 mm

A/ Etude en lumière monochromatique : (0,6 µm rouge)



1/ le rayon incident normale à la lame L_1 càd R_0 va donner un réfléchi en I càd R_1 et un transmi en J càd R_2.

les rayons R_1 et R_2 sont interferer en un point M du coin d'air.

ce point peut être soit à l'intérieur ou à l'extérieur ou sur la lame L_2.

du point de vue pratique, pour observer les franges on utilise une lentille convergent devant les rayons R_1 et R_2, le phénomène est observé sur le plan focal image de la lentille.

2/ ce phénomène d'interférence est localisé.

3/ Soit $\delta_g = 2e$ différence de marche géométrique entre les rayons R_1 et R_2.

a- différence de marche totale :

$\delta = \delta_g + \delta_p$ avec $\delta_g = 2e$, $\delta_p = \frac{\lambda}{2}$

δ_p est due à la reflexion en J (moin réfringent vers milieu plus réfringent)

tandis que la reflexion en I (verre/air) n'introduit pas de difference de marche physique.

d'où différence de marche totale $\boxed{\delta = 2e + \frac{\lambda}{2}}$

exprimons e en fonction de x

$tg\,\alpha \simeq \alpha = \frac{e}{x} = \frac{d}{L} \Rightarrow e = \frac{xd}{L}$

d'où $\boxed{\delta(x) = 2\frac{xd}{L} + \frac{\lambda}{2}}$

b- ordre d'interference : $p(x) = \frac{\delta(x)}{\lambda} = \frac{2xd}{\lambda L} + \frac{1}{2}$

c- forme des franges d'interférences :

sont telles que $\delta = cte$ ou $p = cte$

$$p(x) = cte \Rightarrow \frac{2xd}{\lambda L} + \frac{1}{2} = cte \Rightarrow x = cte$$

Les franges d'interférence sont des segment de droite // à l'arrête commune des deux lames.

4°/ Soit x_m^B positions des franges brillantes, sont telles que $p = m$ $m \in \mathbb{N}^*$ (entier)

$$p(x) = \frac{2x_m^B d}{\lambda L} + \frac{1}{2} = m$$

$$\boxed{x_m^B = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda L}{2d}} \qquad m \in \mathbb{N}^*$$

Soit x_m^S positions des franges sombres.

sont telles que $p = (m + \frac{1}{2})$ $m \in \mathbb{N}^*$ (entier)

$$p(x) = \frac{2x_m^S d}{\lambda L} + \frac{1}{2} = m + \frac{1}{2}$$

$$\boxed{x_m^S = m\frac{\lambda L}{2d}} \qquad m \in \mathbb{N}^*$$

5°/ interfrange : $i = x_{m+1}^B - x_m^B = x_{m+1}^S - x_m^S = \frac{\lambda L}{2d}$

A.N : $i = 3\ mm$

6°/ Soit N nombre de franges sombres observées dans le coin :

$$N = \frac{L}{i} = \frac{10 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-3}} = 33{,}33 \simeq 33$$

Calculons l'ordre max :

$$p_{max} = p(x = L) = \frac{2Ld}{\lambda L} + \frac{1}{2} = 33{,}33 + \frac{1}{2} = 33{,}83 \simeq 34$$

donc on observe 34 franges sombres, qui sont :

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots\dots, 33 + \frac{1}{2} = \frac{67}{2}$$

entre $\frac{1}{2}$ et $\frac{67}{2}$ il $\exists$ 34 franges sombres et par conséquent il y'a 33 franges brillantes.

Au total, le champ d'interférence contient 67 franges.

$\longrightarrow$ nature de la frange qui concident avec l'arrête :

càd en $x=0 \Rightarrow e=0 \Rightarrow p_0 = p(x=0) = \frac{1}{2}$

donc la frange qui coincident avec l'arrête est sombre.

7°/

coin d'air

$\delta(e) = 2e + \frac{\lambda}{2}$

$i = \frac{\lambda L}{2d} = 3mm$

coin liquide (n_ℓ)

$\delta(e) = 2n_\ell e + \frac{\lambda}{2}$

$i = \frac{\lambda L}{2n_\ell d} = 1{,}8\ mm$

en présence du liquide les franges d'interférence vont se serrer car $i_\ell < i_{air}$ donc $N_{air} < N_\ell$.

B/ Etude du phénomène d'interférence en lumière blanche : $(0{,}4\ \mu m < \lambda < 0{,}8\ \mu m)$

on définit un cannelures comme étant un ensemble de franges sombres qui correspondent à des λ éteintes.

8°/ lorsqu'on éclaire le coin d'air par la lumière blanche on observe qu'à chaque λ(couleur) lui correspond des franges d'interférences avec un interfrange différent d'une couleur à une autre car $i_\lambda = \lambda \frac{L}{2d}$

* au niveau de l'arrête commune :

en $x=0 \Longrightarrow p_0 = \frac{1}{2}$ $\forall \lambda$(coulour), car p indep. de λ.

* au voisinnage proche de l'arrête :

on observe un spectre coloré car les franges brillantes associées à un λ donné ne coincident pas avec les autres, franges d'un autre λ

Spectre coloré

* loi de l'arrête :

on observe des coincidence entre les franges brillantes d'un couleur λ avec les franges sombres d'un autre couleur.

on parle dans ce cas de Blanc d'ordre supérieure. c'est de la couleur blanche qui lui manque quelques couleurs, on dit dans ce cas que le spectre est cannelé.

9°/

Soit λ_m les longeurs d'ondes éteintes dans le spectre à une certaine distance.

$$P(x) = \frac{2xd}{\lambda_m L} + \frac{1}{2} = m + \frac{1}{2}$$

$$\lambda_m = \frac{2xd}{mL}$$

10°/

on fixe $x = 15\,mm$ et on determine m

$$\lambda_m = \frac{2 \cdot 15 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{1}{m} = \frac{3}{m}\,\mu m$$

or $0{,}4\,\mu m < \lambda < 0{,}8\,\mu m \Rightarrow 3{,}75 < m < 7{,}5$

or m entier $\Rightarrow m = 4, 5, 6, 7$

11°/

λ_m éteintes de $\lambda_m = \frac{3}{m}\,\mu m$:

$$\begin{cases} m = 4 \longrightarrow \lambda_4 = 0{,}75\,\mu m & (\text{rouge lointain}) \\ m = 5 \longrightarrow \lambda_5 = 0{,}6\,\mu m & (\text{rouge proche}) \\ m = 6 \longrightarrow \lambda_6 = 0{,}5\,\mu m & (\text{vert}) \\ m = 7 \longrightarrow \lambda_7 = 0{,}43\,\mu m & (\text{violet}) \end{cases}$$