ESATIC
ECOLE SUPERIEURE AFRICAINE DES TIC

# DEVOIR PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Année Scolaire : 2021-2022
Niveau : RTEL 2
Durée : 2 heures

**Exercice 1** *(6pts)*

1. Donner les équations de Maxwell dans le vide illimité. *(1pt)*
2. a) Déterminer les équations d'Alembert classiques. *(1pt)*

   b) En déduire les équations de Poisson des potentiels dans le vide. *(1pt)*
3. Déterminer l'énergie volumique et le vecteur Poynting. *(0,5pt)*
4. a) Qu'est ce qu'une onde plane? *(0,5pt)*

   b) Donner les expressions des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans le cas d'une onde plane. *(1pt)*

   c) Donner les propriétés générales des ondes planes. *(1pts)*

**Exercice 2** *(7pts)*

Deux ondes planes électromagnétiques de pulsation $\omega$ se propagent selon les vecteurs d'ondes $\vec{k_1}$ et $\vec{k_2}$ tels que $\vec{k_1} = \cos\theta\vec{e_y} + \sin\theta\vec{e_z}$ , $\vec{k_2} = \cos\theta\vec{e_y} - \sin\theta\vec{e_z}$

Les champs électriques de ces deux ondes sont $\vec{E_1} = E_0\vec{e_x}e^{i(\vec{k_1}.\vec{r}-\omega t)}$ , $\vec{E_2} = E_0\vec{e_x}e^{i(\vec{k_2}.\vec{r}-\omega t)}$

1. Calculer les champs magnétiques $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$ correspondants. *(2pts)*
2. Calculer les parties réelles des champs électrique et magnétique résultant de la superposition des deux ondes. *(2pts)*
3. Calculer le vecteur de Poynting correspondant à la superposition des deux ondes et sa moyenne temporelle. *(2pts)*
4. Montrer que l'énergie électromagnétique présente en moyenne temporelle une structure d'interférences dans le plan $y = 0$. Donner la distance entre deux franges d'interférences successives. *(1pts)*

**Exercice 3 (4pts)**

On considère le champ électrique $\vec{E} = E_0 e^{\alpha t - \beta x}\vec{e_z}$ dans le vide où $\alpha$ et $\beta$ sont des complexes

1. Calculer la divergence et le rotationnel de ce champ. *(1pt)*
2. a) En déduire $\vec{B}$ *(0,5pt)*

   b) Calculer ses rotationnel et divergence *(1pt)*
3. Quelle est donc la relation entre $\alpha$ et $\beta$ ? *(0,5pt)*

4. Cette relation est dite relation de dispersion.

a) Que valent $\alpha$ et $\beta$ pour l'onde plane ? *(0,5pt)*

b) En déduire la relation de dispersion dans ce cas particulier. *(0,5pt)*

**Exercice 4** *(3pts)*

Dans un conducteur non parfait de conductivité $\gamma=5{,}7.10^{7}\text{S.m}^{-1}$ (pour le cuivre), existe un champ électrique sinusoïdal dans le temps de pulsation $\omega$.

1. Supposons qu'en un point intérieur au conducteur, existe à la date t=0 un supplément local de charges correspondant à la densité volumique $\rho_0$. En utilisant la loi d'Ohm et une équation de Maxwell, Montrer que la densité initiale disparait en un temps très bref qu'on estimera en fonction d'une constante de temps $\tau$ bien choisie. *(1pt)*
2. La pulsation du champ électrique est $\omega \prec 10^{15}\text{rad.s}^{-1}$. Montrer dans ces conditions que le terme dit « courant de déplacement » de l'équation de Maxwell-Ampère peut être négligé devant la densité volumique de courant. *(0,5pt)*
3. Ecrire à l'aide des 2 approximations précédentes, les équations de Maxwell où ne figurent que les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ et les constantes $c$ et $\tau$. *(1pt)*
4. Donner l'équation vérifiée par le champ électrique $\vec{E}$ et commenter. *(0,5pts)*

ESATIC
ECOLE SUPÉRIEURE AFRICAINE DES TIC

# EXAMEN PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Année Scolaire : 2021-2022
Niveau : RTEL 2
Durée : 2 heures

**Exercice 1** *(6pts)*

1. Qu'est ce qu'une antenne ? *(0,5pt)*

2. Donner les caractéristiques des antennes. *(1pt)*

3. a) Exprimer la puissance rayonnée dans une direction quelconque par une antenne. *(0,5pt)*

   b) Exprimer la puissance fournie à une surface élémentaire située à une distance R par une antenne. *(0,5pt)*

4. a) Exprimer la fonction caractéristique de rayonnement. *(0,5pt)*

   b) Tracer le diagramme de rayonnement dans un repère cartésien. *(0,5pt)*

5. a) Qu'est ce que l'angle d'ouverture ? *(0,5pt)*

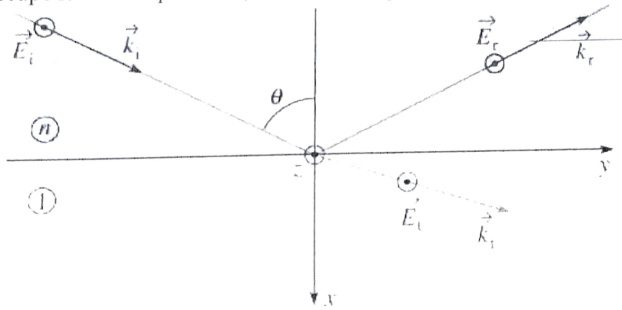
   b) Tracer le diagramme de rayonnement et d'angle d'ouverture. *(0,5pt)*

6. Exprimer la Directivité, le gain et le rendement d'une antenne. *(1pt)*

7. Etablir le lien entre gain et angle d'ouverture. *(0,5pt)*

**Exercice 2** *(6pts)*

Un milieu transparent d'indice $n$ ($n$ réel > 1) occupe le demi-espace x<0 tandis que l'air (d'indice 1) occupe le demi-espace x>0, comme l'indique le *schéma* ci-après.




Une onde incidente plane, monochromatique, de pulsation $\omega$, de vecteur d'onde $\vec{k}_i$, se propage dans le milieu d'indice $n$. Sa polarisation est rectiligne, perpendiculaire au plan d'incidence $\underline{\overrightarrow{E_i}} = \underline{E_i}\,\overrightarrow{e_z} = E_0 e^{j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})}\overrightarrow{e_z}$

On pourra supposer que $E_0$ est un réel. L'angle d'incidence est tel que $\sin\theta > \frac{1}{n}$

*Données :* $k = n\frac{\omega}{c}$, $\alpha = \cos\theta$, $\beta = \sin\theta$ et $\gamma = \sqrt{\sin^2\theta - \frac{1}{n^2}} = \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{n^2}}$

Cette onde incidente donne naissance à une onde réfléchie plane et à une onde transmise monochromatique, de pulsation $\omega$, et de polarisation analogue à celle de l'onde incidente.

$$\underline{\vec{E}_i} = \underline{E_i}\,\vec{e}_z = \underline{E_{0i}}\,e^{i(\omega t - k_i x)}\vec{e}_z \quad \text{et} \quad \underline{\vec{E}_t} = \underline{E_t}\,\vec{e}_z = \underline{E_{0t}}\,e^{i(\omega t - k_t x)}\vec{e}_z$$

1. Déterminer les vecteurs d'onde et des ondes incidente $k_i$ réfléchie $k_r$ et transmise $k_t$ en fonction des données. *(2pt)*
2. Déterminer complètement les ondes réfléchie et transmise *(2pt)*
3. a) Comparer le module de $E_{0i}$ et $E_{0t}$ *(1pt)*
   b) Conclure quand au transfert d'énergie *(0,5pt)*
4. a) Caractériser au mieux l'onde transmise pour $n = 1,5$ , $\theta = 60°$ , $\lambda = 589nm$ *(1pt)*
   b) Cette onde transporte-t-elle de l'énergie? *(0,5pt)*

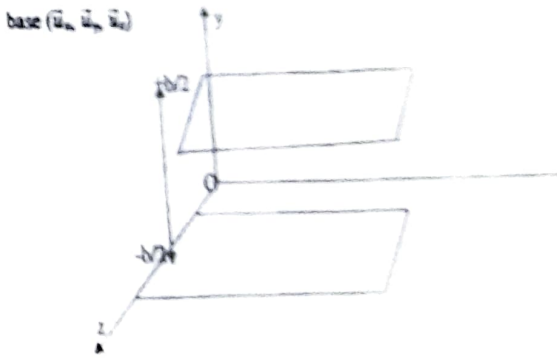
**Exercice 3 :** ***Propagation guidée des OEM (8pts)***

Une onde électromagnétique de pulsation $\omega$ se propage dans l'espace vide entre deux plaques parallèles infiniment conducteur, d'abscisses $y = \frac{b}{2}$ et $y = -\frac{b}{2}$

Le champ électrique de l'onde électromagnétique guidée entre deux plaques est donné par :

$$\vec{E} = E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)\cos(\omega t - kx)\vec{u}_z$$

1. Déterminer la relation de dispersion et exprimer le nombre d'onde $k$ en fonction de $\omega$ et $\omega_0$. *(2pts)*




On pose $\omega_0 = \frac{\pi c}{b}$, $c$ étant la célérité de la lumière dans le vide

2. a) Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$. *(2pts)*

b) Déterminer le vecteur Poynting et sa valeur moyenne temporelle. *(2pts)*

3. Quelle est la puissance transportée par l'onde à travers une section droite, d'abscisse $x$ de longueur 1 m suivant l'axe $z$ ? *(2pts)*

ESATIC
ECOLE SUPERIEURE AFRICAINE DES TIC

# EXAMEN PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES / SESSION 2

Année Scolaire : 2020-2021
Niveau : RTEL 2
Durée : 2 heures

**Exercice 1** *(6pts)*

1. Qu'est ce qu'une antenne ? *(0,5pt)*

2. Donner les caractéristiques des antennes. *(1pt)*

3. a) Exprimer la puissance rayonnée dans une direction quelconque par une antenne. *(0,5pt)*

   b) Exprimer la puissance fournie à une surface élémentaire située à une distance R par une antenne. *(0,5pt)*

4. a) Exprimer la fonction caractéristique de rayonnement. *(0,5pt)*

   b) Tracer le diagramme de rayonnement dans un repère cartésien. *(0,5pt)*

5. a) Qu'est ce que l'angle d'ouverture ? *(0,5pt)*

   b) Tracer le diagramme de rayonnement et d'angle d'ouverture. *(0,5pt)*

6. Exprimer la Directivité, le gain et le rendement d'une antenne. *(1pt)*

7. Etablir le lien entre gain et angle d'ouverture. *(0,5pt)*

**Exercice 2 :** *Propagation de l'OEM dans le vide illimité – Structure de l'onde plane (6pts)*

L'espace est rapporté à un trièdre trirectangle direct Oxyz et on désigne par $\vec{x}$, $\vec{y}$ et $\vec{z}$ les vecteurs unitaires des axes. On se place dans le vide en (absence de toute charge et de tout courant).

1. Etablir à partir des équations de Maxwell, les équations de propagation auxquelles obéissent les champs électriques $\vec{E}$ et magnétiques $\vec{B}$. *(1,5pts)*

2. On suppose que les champs de vecteurs cherchés ne dépendent que de la coordonnée $z$, c'est-à-dire que les dérivées partielles par rapport à $x$ et $y$ sont nulles (hypothèse d'ondes planes)

   a) Exprimer les équations de Maxwell (les 8 équations aux dérivées partielles) en fonction de $u$ (on fera le changement de variable $u = z - ct$). *(3pts)*

   b) En déduire les propriétés de l'onde plane progressive. *(1,5pts)*

**Exercice 3** : *Propagation guidée des OEM (8pts)*

Une onde électromagnétique de pulsation $\omega$ se propage dans l'espace vide entre deux plaques parallèles infiniment conducteur, d'abscisses $y = \frac{b}{2}$ et $y = -\frac{b}{2}$

Le champ électrique de l'onde électromagnétique guidée entre deux plaques est donné par :

$$\vec{E} = E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)\cos(\omega t - kx)\vec{u_z}$$

1. a) Déterminer la relation de dispersion et exprimer le nombre d'onde $k$ en fonction de $\omega$ et $\omega_0$. *(2pts)*

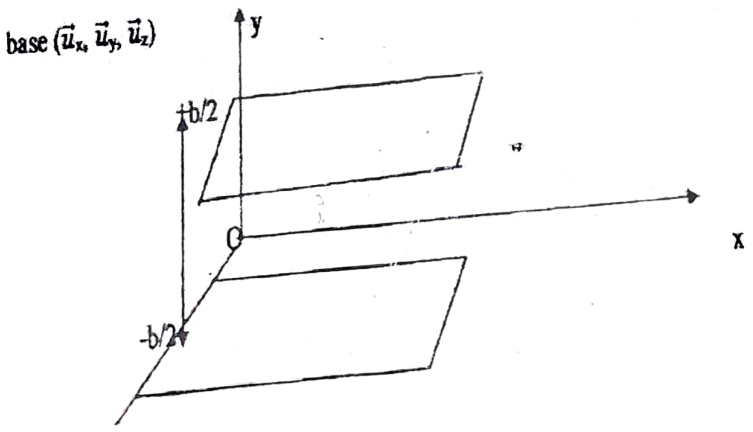
On pose $\omega_0 = \frac{\pi c}{b}$, $c$ étant la célérité de la lumière dans le vide

2. a) Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$. *(2pts)*

b) Déterminer le vecteur Poynting et sa valeur moyenne temporelle. *(3pts)*

3. Quelle est la puissance transportée par l'onde à travers une section droite,

d'abscisse $x$ de longueur 1 m suivant l'axe $z$ ? *(1pts)*



ESATIC
ECOLE SUPÉRIEURE AFRICAINE DES TIC

# DEVOIR PRPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

Année Scolaire : 2020-2021
Niveau : RTEL 2
Durée : 2 heures

**Exercice 1** *(7pts)*

1. Donner les équations de Maxwell dans le vide illimité. *(1pt)*

2. a) Déterminer les équations d'Alembert classiques. *(1pt)*

   b) En déduire les équations de Poisson des potentiels dans le vide. *(1pt)*

3. Déterminer l'énergie volumique et le vecteur Poynting. *(0,5pt)*

4. a) Qu'est ce qu'une onde plane? *(0,5pt)*

   b) Donner les expressions des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans le cas d'une onde plane. *(1pt)*

   c) Donner les propriétés générales des ondes planes. *(1,5pts)*

5. Donner la vitesse de phase et la vitesse de groupe dans les milieux électromagnétiques dispersifs. *(0,5pt)*

**Exercice 2** *(5pts)*

1. Donner les équations de Maxwell dans les milieux homogènes et isotropes. *(1pt)*

2. Donner le vecteur Poynting et la densité d'énergie électromagnétique. *(0,5pt)*

3. a) Déterminer les conditions de passage à la traversée des deux milieux. *(0,5pt)*

   b) En déduire les champs intérieurs et extérieurs du conducteurs parfait. *(0,5pt)*

4. Déterminer l'impédance Z d'une onde plane dans un milieu quelconque sans perte. *(1pt)*

5. a) Déterminer les équations de Maxwell dans les conducteurs. *(1pt)*

   b) Qu'est ce qu'un conducteur parfait? *(0,5pt)*

**Exercice 3 (4pts)**

On considère le champ électrique $\vec{E} = E_0 e^{\alpha t - \beta x} \vec{e_z}$ dans le vide où $\alpha$ et $\beta$ sont des complexes

1. Calculer la divergence et le rotationnel de ce champ. *(1pt)*

2. a) En déduire $\vec{B}$ *(0,5pt)*

   b) Calculer ses rotationnel et divergence *(1pt)*

3. Quelle est donc la relation entre $\alpha$ et $\beta$ ? *(0,5pt)*

4. Cette relation est dite relation de dispersion.

a) Que valent $\alpha$ et $\beta$ pour l'onde plane ? *(0,5pt)*

b) En déduire la relation de dispersion dans ce cas particulier. *(0,5pt)*

**Exercice 4** *(4pts)*

Dans un conducteur non parfait de conductivité $\gamma = 5{,}7.10^7 S.m^{-1}$ (pour le cuivre), existe un champ électrique sinusoïdal dans le temps de pulsation $\omega$.

1. Supposons qu'en un point intérieur au conducteur, existe à la date t=0 un supplément local de charges correspondant à la densité volumique $\rho_0$. En utilisant la loi d'Ohm et une équation de Maxwell, montrer que la densité initiale disparait en un temps très bref qu'on estimera en fonction d'une constante de temps $\tau$ bien choisie. *(1pt)*

2. La pulsation du champ électrique est $\omega \prec 10^{15} rad.s^{-1}$. Montrer dans ces conditions que le terme dit « courant de déplacement » de l'équation de Maxwell-Ampère peut être négligé devant la densité volumique de courant. *(0,5pt)*

3. Ecrire à l'aide des 2 approximations précédentes, les équations de Maxwell où ne figurent que les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ et les constantes $c$ et $\tau$. *(1pt)*

4. Donner l'équation vérifiée par le champ électrique $\vec{E}$ et commenter. *(1,5pts)*