ESATIC

TEST LOURD DE REMPLACEMENT DE TRAITEMENT DU SIGNAL

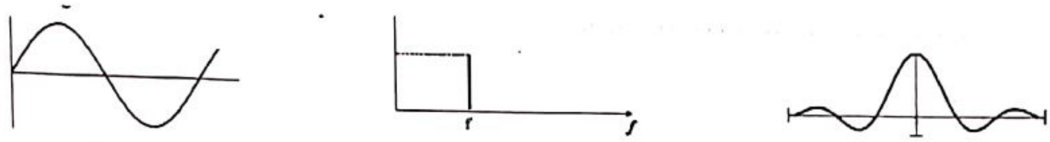
Parcours : SRIT3 A & B

Durée :35 mn

Ce devoir est un questionnaire à choix multiples dont les règles sont très simples. Une réponse juste donne 1 point **(sauf la question 18 qui donne 3 points si bien répondue)** et une réponse fausse ou une question non répondue ne donne ou ne retranche aucun point.

Séries de Fourier

1. Un signal sinusoïdal a comme spectre :



☐ ☐ ☐

2. Dans le spectre d'un signal quelconque, la raie de la fréquence zéro, représente :

☐ la valeur efficace du signal ☐ la valeur moyenne du signal ☐ la valeur max du signal

3. Pour un signal périodique $v(t)$ de période T0, la série de Fourier est écrite sous la forme

☐ $v(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n.sin\left(\omega_0.t + \frac{\pi}{2}\right)$ ☐ $v(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n.cos(n.\omega_0.t + \varphi_n)$ ☐ $v(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n.cos(\omega_0.t)$

4. Un signal périodique a comme spectre :

☐ a) spectre discret ☐ b) spectre continu ☐ c) spectre périodique

5. Si le signal v(t) est défini par une fonction paire $[v(t) = v(-t)]$ donc:

☐ $a_n = 0$ ☐ $C_n = 0$ ☐ $b_n = 0$

6. Pour un signal, je réalise un décalage temporel :

☐ le module change ☐ la phase reste inchangée ☐ le module reste inchangé

7. La fréquence fondamentale du signal : $x(t) = 4\sin(4000\pi t) + 3\cos(6000\pi t)$

☐ $1000\ Hz$ ☐ $2000Hz$ ☐ $3000Hz$

8. la série de Fourier d'un signal donne : $x(t) = 4.sin(\omega_0 t) + 3cos(2\omega_0 t)$

☐ $a_n = 4;\ b_n = 3;\ a_0 = 0$ ☐ $a_n = 4;\ b_n = 3;\ a_0 = 4$ ☐ $a_n = 3;\ b_n = 4;\ a_0 = 0$

Bessel - Parseval

9. Energie d'un signal $v(t)$ quelconque est :

☐ la somme des énergies de la composante continue et des harmonique

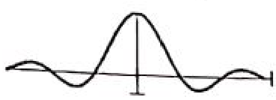
☐ égale l'énergie uniquement des harmoniques

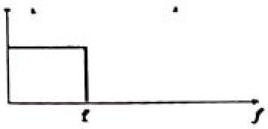
☐ égale l'énergie de la composante continue

10. Soit $\delta(t)$ une impulsion de Dirac :

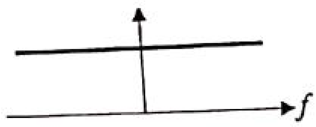
☐ $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 0$ ☐ $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$ ☐ $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = +\infty$

11. soit δ(t) une impulsion de Dirac, son spectre en fréquence est


☐



☐



☐

Transformé de Fourier

12. Un signal apériodique (non périodique) a comme spectre

☐ spectre discret ☐ spectre continu ☐ spectre périodique

13. Soit V(f), la transformée de Fourier du signal v(t). La dérivation de ce signal dans le temps correspond dans l'espace de fréquence à une :

☐ Addition $V(f) + 2\pi f$ ☐ multiplication $V(f).2\pi f$ ☐ division $\frac{V(f)}{2\pi f}$

14. Soit une impulsion unique de largeur de 2ms. Dans son spectre en fréquence la première zéro correspond à la fréquence à :

☐ $2kHz$ ☐ $1kHz$ ☐ $500Hz$

15. Soit une impulsion unique de durée de θ.et de l'amplitude V donc la surface $V.\theta$. en gardant la surface constante, on réduit la durée de θ, entraine dans son spectre de fréquence :

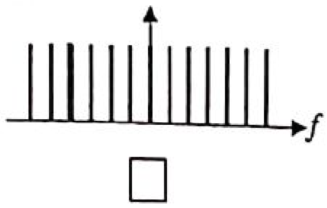
☐ diminution de spectre ☐ aucune changement de spectre ☐ étalement de spectre

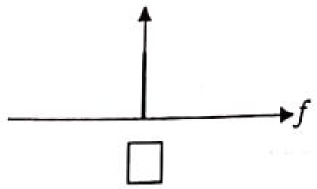
16. Dans le spectre d'un signal périodique, la raie de la fréquence fondamentale est nulle, c'est-à-dire :

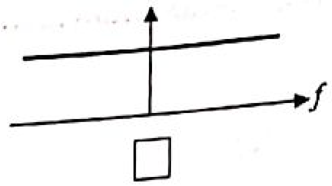
☐ sa fréquence est nulle ☐ sa valeur efficace est nulle ☐ ni l'une ni l'autre est nulle

Prénoms

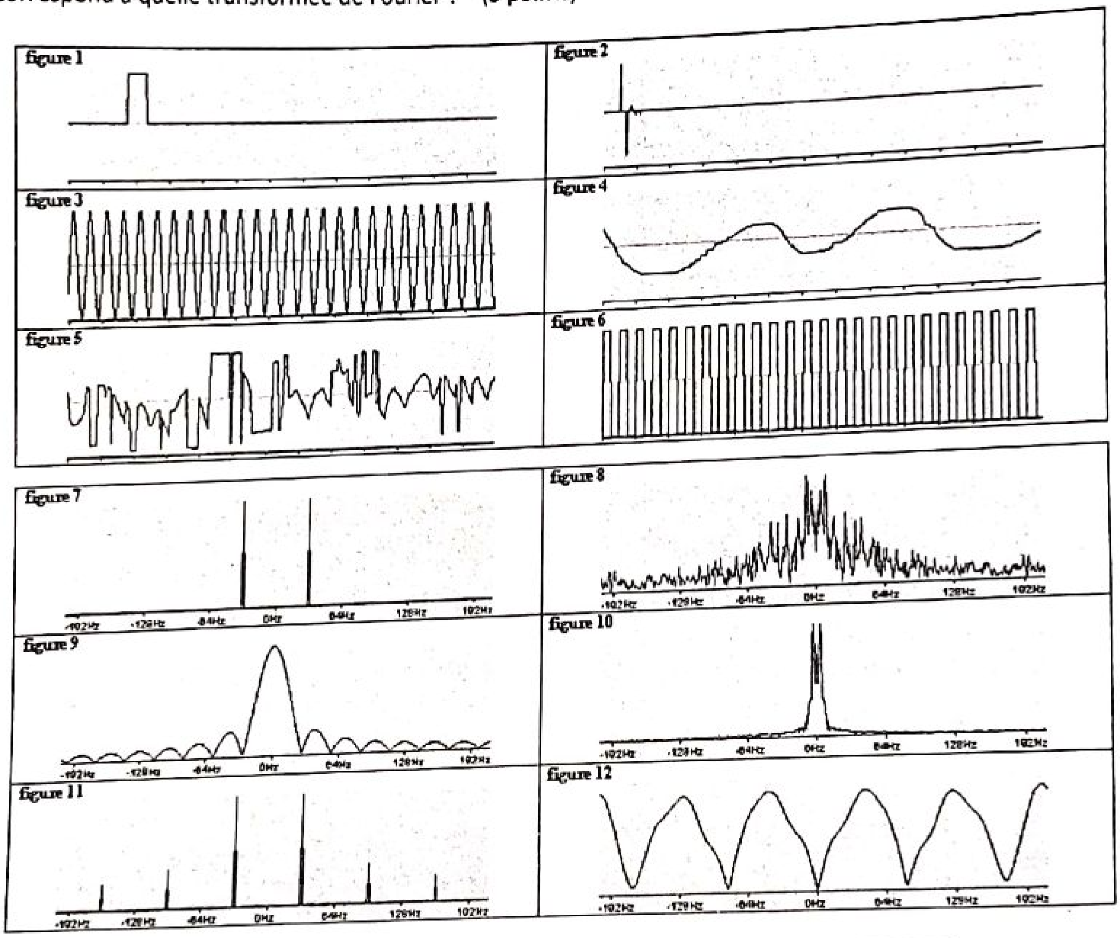
17. Soit p(t) un peigne de Dirac, son spectre en fréquence est de la forme :







18. Voici des signaux temporels (figures 1 à 6) et leurs spectres présentés dans le désordre (figures 7 à 12). Quel signal correspond à quelle transformée de Fourier ? **(3 points)**



Ondes	Spectres

Année académique : 2018-2019

13/20 + 1

14/20

ESATIC Semestre 1

Parcours: **SRIT3 A&B**

TEST LEGER DE TRAITEMENT DU SIGNAL

Durée: 25 Mn

Ce sujet contient un exercice et un problème indépendant l'un de l'autre. Une attention particulière portée sur la propreté de la copie qui sera rendue en fin de composition. Il y a aussi en ANNEXE des informations qui peuvent être très utiles. **Vous devez rendre les pages 1, 2 et 3 sur lesquelles doivent figurer toutes vos réponses.**

NOM ET PRENOMS Diabagate Bassira

Classe : B

Exercice : **Séries de Fourier** **(10 pts)**

Ceci est un questionnaire à choix multiple ou QCM dont les règles sont très simples. Une réponse juste donne *1 point* et une réponse fausse ou une question non répondue donne *0 point.*

Question 1 Quelle est l'harmonique de rang 2 du signal $s(t) = 3 + 5\cos(\pi t + 7) + 10\sin(2\pi t + 6)$?

a. $5\cos(\pi t + 7)$ *b.* 0 *c.* $10\sin(2\pi t + 6)$ *d.* $5\cos(\pi t + 7) + 10\sin(2\pi t + 6)$ 1

Question 2 Combien vaut le coefficient a_3 du signal $s(t) = 4\cos(\pi t) - 7\sin(2\pi t)$?

a. $-\frac{16}{2}$ *b.* -49 *c.* 4 *d.* 0 *e.* -7 1

Question 3 Quelle est la fréquence de l'harmonique de rang 2 du signal $s(t) = 2\cos(\pi t) - 7\sin(2\pi t + 6)$

a. $\frac{1}{2}$ *b.* π *c.* 1 *d.* 0 *e.* 2 1

Question 4 Combien vaut le coefficient a_1 du signal $s(t) = 2 + 12\sin(18t - \frac{\pi}{2})$?

a. 2 *b.* 18 *c.* 1 *d.* 0 *e.* 12 1

Question 5 Combien vaut le coefficient b_1 du signal $s(t) = 1 + 12\sin(10t - \frac{\pi}{4})$?

a. 2 *b.* 18 *c.* 1 *d.* 0 *e.* 12 1

Question 6 Quelle est la composante continue du signal $s(t) = \Psi_3(4t + 4) + 1$?

a. $\frac{4}{3}$ *b.* 1 *c.* $\frac{3}{\sqrt{2}}$ *d.* $\frac{1}{4}$ *e.* $\frac{1}{3}$ 1

Question 7 Quelle est la puissance de l'harmonique fondamentale du signal $s(t) = 1 + 4\cos(9t) + 9\sin(6t)$

a. 81 *b.* 9 *c.* $\frac{81}{2}$ *d.* 0 *e.* $\frac{16}{2}$ *f.* 4 0

Question 8 Combien vaut le coefficient C_1 du signal $s(t) = 2 + 12\cos(8t) + 14\sin(8t)$?

a. 6 *b.* $6 - 7j$ *c.* $6 + 7j$ *d.* 0 *e.* $12 + 14j$ *f.* 12 *g.* 2 1

Scanné avec CamScanner

Année académique : 2020-2021

Classe : SRIT3B

2022

Question 9 Quelle est la puissance moyenne totale du signal $s(t) = 2 + 6\cos(11t) + 8sin(11t)$

$a.\ \frac{4}{2}$ $b.\ 4$ $c.\ \frac{36}{2}$ $d.\ \frac{108}{2}$ $e.\ 100$ $f.\ 9$ $g.\ \frac{100}{2}$ 0

Question 10 Quelle est la puissance moyenne totale du signal $s(t) = 4\exp(-j18t) + 2 + 4\exp(j18t)$

$a.\ \frac{4}{2}$ $b.\ 32$ $c.\ \frac{36}{2}$ $d.\ \frac{64}{4}$ $e.\ 100$ $f.\ 36$ $g.\ 64$ 0

Problème: Multiplexage, Analyse spectrale et caractérisation des SSLIC **(10 Pts)**

Le ***multiplexage temporel*** (en anglais, TDM, time-division multiplexing) est une technique de ***multiplexage*** numérique (ou plus rarement analogique) permettant à un ou plusieurs émetteurs de transmettre plusieurs canaux numériques élémentaires à bas ou moyen débit (voix, données, vidéo) sur un même support de communication ...Pour faire simple disons que c'est une technique permettant de véhiculer plusieurs signaux indépendants à travers un seul support de transmission via un signal ***composite***.

L'un des avantages le plus capital de cette technique est la réduction du cout de transmission des informations. Cependant, cette technique présente un sérieux revers lié au brassage de plusieurs signaux dans le temps. En effet, dans le domaine temporel, des signaux multiplexés sont difficiles voire impossibles à distingués car à un instant donné la valeur du signal composite est égale à la somme des valeurs de chacun des signaux qui le constituent à ce même instant.

Pour distinguer les signaux à l'arrivée on emmène le signal composite dans le domaine fréquentiel où ses signaux constitutifs apparaitront en fonction de leurs fréquences ce qui facilite leur distinction. Et enfin on utilise ***un filtre adapté*** pour les séparer.

Pour comprendre cette application très importante en télécommunication nous proposons dans cet exercice une abstraction mathématique de ce multiplexage et deux autres fonctions de traitement du signal que sont : ***l'analyse spectrale*** et le ***filtrage***.

Partie 1 : Signaux périodiques, multiplexage et analyse temporelle **(10 pts)**

Mathématiquement le multiplexage temporel consiste à additionner plusieurs signaux (fonctions) différents dépendants du temps comme le présente l'image suivante :

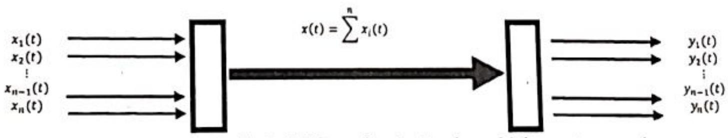


Fig.1 : Schémas de principe du multiplexage temporel

Considérons les signaux suivants :

$x_1(t) = 2.\cos(20\pi t + \frac{\pi}{4})$; $x_2(t) = 3.\cos(30\pi t - \frac{\pi}{2})$; $x_3(t) = \cos(40\pi t + \frac{\pi}{8})$; $x_4(t) = 4.\cos(50\sqrt{5}\pi t)$

1. Relier les signaux à leur période respective :

$x_1(t)$	$\frac{1}{15}$
$x_2(t)$	$\frac{\sqrt{5}}{125}$
$x_3(t)$	$\frac{1}{10}$
$x_4(t)$	$\frac{1}{20}$

2

Diabagale

2. Soient les signaux multiplexés suivants :

$v_1(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$ $\qquad$ $v_2(t) = x_1(t) + x_4(t) + x_2(t)$ 2

Lequel de ces signaux est périodique ? (Entourer le signal périodique)

3. Que vaut sa période?

a- $T = \frac{1}{20}\,s$ $\qquad$ b- $T = \frac{1}{5}\,s$ $\qquad$ c- $T = \frac{1}{15}\,s$ 1

4. Relier l'outil mathématique qu'il faut pour obtenir le spectre de chacun des signaux :

$v_1(t)$ • Transformée en Z
• Série de Fourier
• Transformée de Laplace
$v_2(t)$ • Transformée de Fourier

1

Partie 2 : **Analyse spectrale**

Dans cette partie on considère le signal

$$v_1(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) = 2.\cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 3.\cos\left(30\pi t - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(40\pi t + \frac{\pi}{8})$$

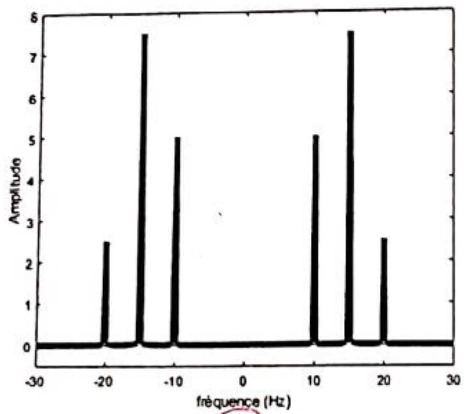
5. Donner la forme de série de Fourier dans laquelle se trouve le signal $v_1(t)$.

$a -$ *SF Trigonométrique* $\qquad$ $b -$ *SF en Cosinus* $\qquad$ $c -$ *SF Complexe* 1

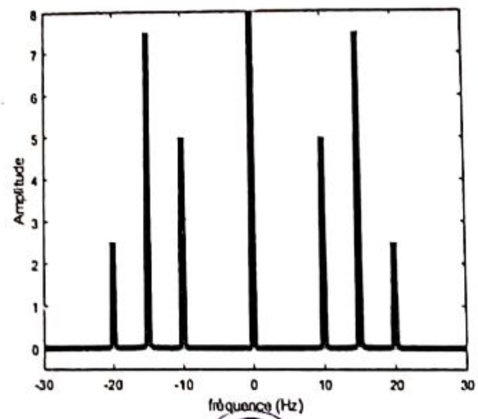
6. Déterminer sa puissance et en déduire sa valeur efficace V_{eff}

$P = \cdots 7$	$V_{eff} = \cdots \sqrt{7}$..

7. Déterminer parmi les spectres suivants celui de $v_1(t)$. **(Choisir entre (a) et (b))**



(a)



(b)

ANNEXE

1. Rappels sur les séries de Fourier

a) Forme trigonométrique ou à coefficient réels

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(k\omega t) + \sum_{k=1}^{+\infty} b_k \sin(k\omega t)$$

Valeur moyenne de x(t)
C'est une constante

Coefficient a_k du signal

Coefficient b_k du signal

Forme en Cosinus ou à coefficients compactes

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \underbrace{A_n \cos(n\omega t + \varphi_n)}_{\text{Harmonique de rang n du signal}}$$

Phase de l'harmonique de rang n

Valeur moyenne de x(t)
C'est une constante

Rang de l'harmonique

Coefficient spectral
$A_k = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ du signal

b) Forme en Exponentiel ou à coefficients complexes

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{jn\omega t}$$

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{a}^{a+T} x(t)e^{-jn\omega t}dt \qquad \textit{Coefficient complexe de rang n}$$

$$C_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n)$$

$$|C_n| = \frac{1}{2}\sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{1}{2}A_n$$

2. Autres expressions importantes

a) Sinusoïdes

$$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \theta)$$

Phase. Elle nous donne une idée l'orientation du signal

Amplitude. Elle nous donne une idée de la puissance du signal

Pulsation ou vitesse angulaire. Elle nous donne une idée de la vitesse et la longueur d'onde du signal

b) Puissance et énergie d'un signal

$$W_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt \qquad P_x = \lim_{T\to+\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t)\,dt$$

Théorème de Parseval

$$P = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t)^2\,dt = X_{eff}^2 = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty}\sqrt{a_n^2 + b_n^2} = A_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty} A_n^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |C_n|^2$$

ESATIC

Semestre 1 / 1ère session

Année académique : 2020-2021

Parcours: SRIT 3 A et B

ECUE: TRAITEMENT DU SIGNAL
Durée: 2H 00

Ce sujet contient deux exercice et un problème indépendant indépendants les uns des autres. Une attention particulière sera portée sur la propreté de la copie qui sera rendue en fin de composition. Il y a aussi en **ANNEXE** des informations qui peuvent être très utiles.

Exercice 1 :

Séries de Fourier **(04 pts)**

Ceci est un questionnaire à choix multiple ou QCM dont les règles sont très simples. Une **réponse juste donne 0.5 *point* et une réponse fausse ou une question non répondue donne *0 point*.**

Question 1 Quelle est l'harmonique de rang 3 du signal $s(t) = 3 + 5\cos(\pi t + 7) + 10\sin(3\pi t + 6)$?

a. $5\cos(\pi t + 7)$ b. 0 c. $10\sin(3\pi t + 6)$ d. $5\cos(\pi t + 7) + 10\sin(3\pi t + 6)$

Question 2 Combien vaut le coefficient a_5 du signal $s(t) = 4\cos(\pi t) - 7\sin(2\pi t)$?

a. $-\frac{16}{2}$ b. -49 c. 4 d. 0 e. -7

Question 3 Quelle est la fréquence de l'harmonique de rang 3 du signal $s(t) = 2\cos(6t) - 7\sin(9t)$

a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{9}{2\pi}$ c. 1 d. 0 e. $\frac{6}{2\pi}$

Question 4 Combien vaut le coefficient A_2 du signal $s(t) = 2 + 12\sin\left(18t - \frac{\pi}{2}\right) + 2\cos(36t)$?

a. 2 b. 18 c. 1 d. 0 e. 12

Question 5 Combien vaut le coefficient b_1 du signal $s(t) = 1 + 12\cos(10t - \frac{\pi}{4})$?

a. 2 b. 18 c. 1 d. 0 e. 12

Question 6 Quelle est la puissance moyenne totale du signal $s(t) = 2 + 4\cos(14t) + 7\sin(14t)$

a. $\frac{4}{2}$ b. 4 c. $\frac{36}{2}$ d. $\frac{73}{2}$ e. 100 f. 9 g. $\frac{100}{2}$

Question 7 Quelle est la puissance moyenne totale du signal $s(t) = 5\exp(-j12t) + 2 + 5\exp(j12t)$

a. $\frac{4}{2}$ b. 32 c. $\frac{36}{2}$ d. $\frac{64}{4}$ e. $\frac{108}{2}$ f. 36 g. 64

Question 8 Combien vaut le coefficient a_4 du signal $s(t) = 2 + 12\sin(6\pi t) + 2\cos(24\pi t)$?

a. 2 b. 18 c. 1 d. 0 e. 12

Exercice 2:

Analyse spectrale **06 pts**

Considérons l'amortisseur suivant $x(t) = (4\,e^{-2t} + 2e^{-3t})u(t)$.

1. Déterminer son énergie totale. En déduire la classe énergétique.
2. Déterminez la proportion de l'énergie totale transférée durant la première seconde, considérant que la transmission du signal commence à $t = 0\,s$.
3. En utilisant un critère d'énergie de 95%, déterminez la largeur de bande essentielle B du signal.
4. Comment B change-t-il si un critère énergétique de 99% est utilisé?

ESATIC Semestre 1 / 1ère session Année a... 2021

ECUE: TRAITEMENT D...
Durée: 2H 00

Parcours: SRIT 3 A et B

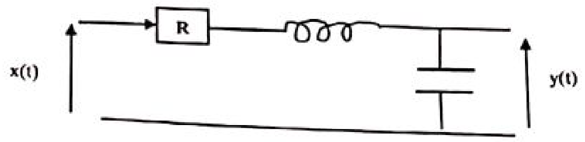
... 1H15

Problème : **Etude des Systèmes linéaires** **10 pts**

Partie 1

Analyse temporelle

Soit le SSLIC représenté à la figure suivante :



1. Déterminer le modèle du système pour $R = 2, L = 10H$ et $C = 4F$
2. Déterminer l'équation caractéristique, le polynôme caractéristique, racines caractéristiques et les modes propres.
3. Déterminer la réponse libre $y_0(t)$ si $y_0(0) = -1;\ y_0'(0) = 1;\ y_0''(0) = 5$
4. Déterminer la réponse impulsionnelle $h(t)$ de ce système.
5. Déterminer la réponse indicielle $y_1(t)$ (réponse à un échelon unité de Heaviside).
6. Déterminer la réponse forcé $y_f(t)$ au signal d'entrée $x(t) = 2[u(t) - u(t-1)]$

Partie 2

Analyse Fréquentielle

7. A partir du modèle de la question 1. Déterminer la fonction de transfert du système dans le domaine de Laplace.
8. Déterminer l'ordre et la nature de ce système.
9. Que valent ses pôles. En déduire la stabilité du système.
10. En utilisant la TL $X(s)$ du signal $x(t)$ de la question 6. et la fonction de transfert $H(s)$ du système, déterminer la réponse forcée $y_f(t)$.
11. **<u>Question bonus de 2 points</u>** : Déterminer la réponse indicielle du système.

TD N°2 : Caractérisation des SSLIC et Analyse temporelle

L3 SRIT / L2 RTEL

Exercice 1 :

La figure P1.7-17 affiche une entrée $x_1(t)$ vers un système linéaire invariant dans le temps (LTI) H, la sortie correspondante $y_1(t)$ et une seconde entrée $x_2(t)$.

(a) Bill suggère que $x_2(t) = 2x_1(3t) - x_1(t-1)$. Bill est-il correct? Si oui, prouvez-le. Sinon, corrigez son erreur.

(b) Bill veut connaître la sortie $y_2(t)$ en réponse à l'entrée $x_2(t)$. Donnez-lui une expression pour $y_2(t)$ en termes de $y_1(t)$. Utilisez MATLAB pour tracer $y_2(t)$.

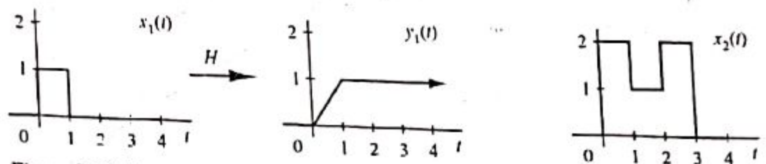


Figure P1.7-17

Exercice 2 :

Pour les systèmes décrits par les équations suivantes, avec l'entrée $x(t)$ et la sortie $y(t)$, déterminez lesquels des systèmes sont linéaires et lesquels sont non linéaires.

(a) $\dfrac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x^2(t)$

(b) $\dfrac{dy(t)}{dt} + 3ty(t) = t^2x(t)$

(c) $3y(t) + 2 = x(t)$

(d) $\dfrac{dy(t)}{dt} + y^2(t) = x(t)$

(e) $\left(\dfrac{dy(t)}{dt}\right)^2 + 2y(t) = x(t)$

(f) $\dfrac{dy(t)}{dt} + (\sin t)y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$

(g) $\dfrac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)\dfrac{dx(t)}{dt}$

(h) $y(t) = \displaystyle\int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau$

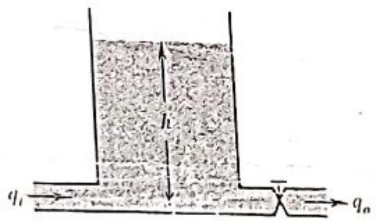


Figure P1.8-5

Exercice 3 :

L'eau s'écoule dans un réservoir à un débit de qi unités/s et s'écoule à travers la soupape de sortie à un débit de $q0$ unités/s (Fig. P1.8-5). Déterminez l'équation reliant le débit sortant $q0$ à l'entrée qi. Le débit de sortie est proportionnel à la hauteur h. Ainsi $q0 = Rh$, où R est la résistance de la valve. Déterminez également l'équation différentielle reliant la hauteur h à l'entrée qi. [*Indice*: L'apport net d'eau dans le temps Δt est $(qi - q0)\,\Delta t$. Cet afflux est également $A\Delta h$, où A est la section transversale du réservoir.]

Exercice 4 :

Un système LTIC réel avec entrée $x(t)$ et sortie $y(t)$ est décrit par l'équation différentielle linéaire à coefficient constant suivante:

$(D^3 + 9D)y(t) = (2D^3 + 1)x(t)$.

$(D^2 + 9D)\,y(t) =$

(a) Quelle est l'équation caractéristique de ce système?

CÔTE D'IVOIRE
Travail

Année 2012-2013

(b) Quels sont les modes caractéristiques de ce système?

(c) En supposant $y_0(0) = 4$; $y'_0(0) = -18$; $y''_0(0) = 0$; déterminez la réponse libre de ce système $y_0(t)$. Simplifier $y_0(t)$ pour n'inclure que des termes réels (c'est-à-dire qu'aucun j ne doit apparaître dans votre réponse).

Exercice 5 :

Un système LTIC est spécifié par l'équation

(a) Trouvez le polynôme caractéristique, l'équation caractéristique, les racines caractéristiques et les modes caractéristiques de ce système.

(b) Trouvez $y_0(t)$ la composante d'entrée nulle de la réponse $y(t)$ pour $t \geq 0$, si les conditions initiales sont $y_0(0) = 2$ et $y'_0(0) = -1$.

Exercice 6 :

Une réponse impulsionnelle de filtre passe-tout de premier ordre est donnée par : $h(t) = -\delta(t) + 2e^{-t}u(t)$

(a) Trouvez la réponse à l'état zéro de ce filtre pour l'entrée $e^{t}u(-t)$.

(b) Esquissez l'entrée et la réponse forcée correspondant.

Exercice 7 :

Trouvez la réponse impulsionnelle $h(t)$ d'un système spécifié par l'équation :

a. $(D^2 + 4D + 3)y(t) = (D + 5)x(t)$
b. $(D^2 + 5D + 6)y(t) = (D + 5)x(t)$
c. $(D^2 + 5D + 6)y(t) = (D^2 + 7D + 11)x(t)$
d. $(D^2 + 6D + 9)y(t) = (2D + 9)x(t)$

Exercice 8 :

Deux systèmes LTIC ont des fonctions de réponse impulsionnelle données par

$$h_1(t) = (1 - t)[u(t) - u(t1)] \quad et \quad h_2(t) = t\,[u(t + 2) - u(t - 2)].$$

(a) Esquissez soigneusement les fonctions $h_1(t)$ et $h_2(t)$.

(b) Supposons que les deux systèmes sont connectés en parallèle. Tracez soigneusement la fonction de réponse impulsionnelle équivalente, $h_p(t)$.

(c) Supposons que les deux systèmes sont connectés en cascade. Tracez soigneusement la fonction de réponse impulsionnelle équivalente, $h_s(t)$.

Exercice 9 :

La réponse à l'état zéro d'un système LTIC à une entrée $x(t) = 2e^{-2t}u(.)$ est $y(t) = [4e^{-2t}t + 6e^{-3t}t]\,u(t)$. Trouvez la réponse impulsionnelle du système. [Indice: nous n'avons pas encore développé de méthode pour trouver $h(t)$ à partir de la connaissance de l'entrée et de la sortie correspondante. Connaissant la forme de $x(t)$ et $y(t)$, vous devrez faire la meilleure estimation de la forme générale de $h(t)$.]

(16,50/20) TB

TEST LOURD DE TRAITEMENT DU SIGNAL N°1

(Définitions, classification, opérations et représentations des signaux)

Durée : 1H20

Niveau : Licence 3 SRIT

Nom et prénoms : Diabagate Bassira Classe : SRIT 3B

Exercice 1 : QCM 10 pts

Les règles de ce QCM sont très simples. Une réponse juste donne 1 Point, une réponse fausse retranche ½ point et une question non répondue retranche **1 point**.

0. **Ceci est un Test lourd :**
   a. D'anglais b. de comptabilité c. de traitement du signal
1. **Laquelle de ces fonctions suivantes ne fait pas partie de l'élaboration des signaux ?**
   a. Codage b. Mesure c. Modulation 1
2. **Quelle est la classe morphologique du signal : 01001110110 ?**
   a. Echantillonné b. Quantifié c. Numérique 1
3. **Quelle est la classe énergétique du signal : $Asin(\omega t + \varphi)$?**
   a. Energie finie b. Puissance moyenne finie 1
4. **Quelle est la bande spectrale du signal de la Canal+ Horizon ?**
   a. BF b. UHF c. VHF 1
5. **Lequel des signaux suivants est de la bande VHF ?**
   a. RTI TV2 b. tension de secteur c. Radio JAM FM -1/2
6. **Quelle est la fréquence d'un signal lumineux de longueur d'onde $\lambda = 0.1\ mm$?**
   a. 3 MHz b. 3 GHz c. 3 THz 1
7. **Lequel des signaux suivants est causal :**
   a. $t.u(t-1)$ b. $t.u(t+1)$ c. $u(t+1) - u(t-1)$ 1
8. **Lequel des signaux suivants est la version décalée, amortie et comprimée de $\cos(t)$?**
   a. $e^{-2t}cos(t+4)$ b. $e^{-2t}cos(2t+4)$ c. $e^{-2t}cos(2t)$ 1
9. **Lequel des systèmes décrits par les modèles suivants est linéaire ?**
   a. $y'(t) + 2y(t) = x(t).x'(t)$ b. $y''(t) + 4ty'(t) - 3y(t) = 4x'(t)$ 1
10. **Lequel des systèmes décrits par les modèles suivants est stationnaire ?**
    b. $y'(t) + 2y(t) = x(t).x'(t)$ $y''(t) + 4ty'(t) - 3y(t) = 4x'(t)$ 1

A rendre avec votre copie

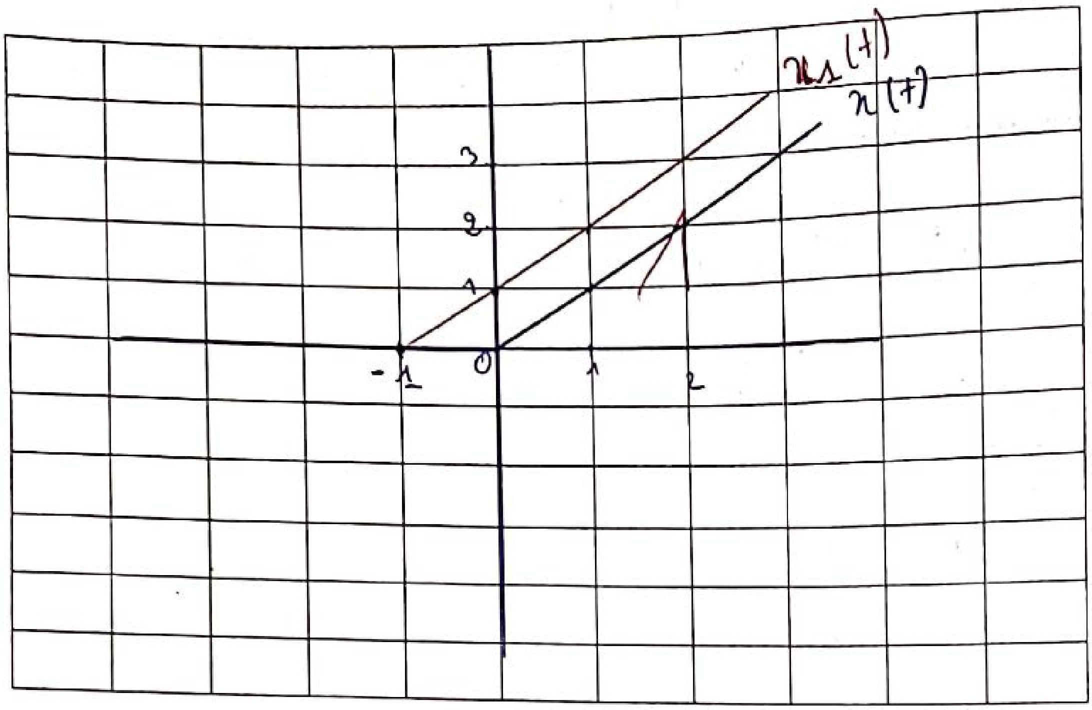


Figure 1

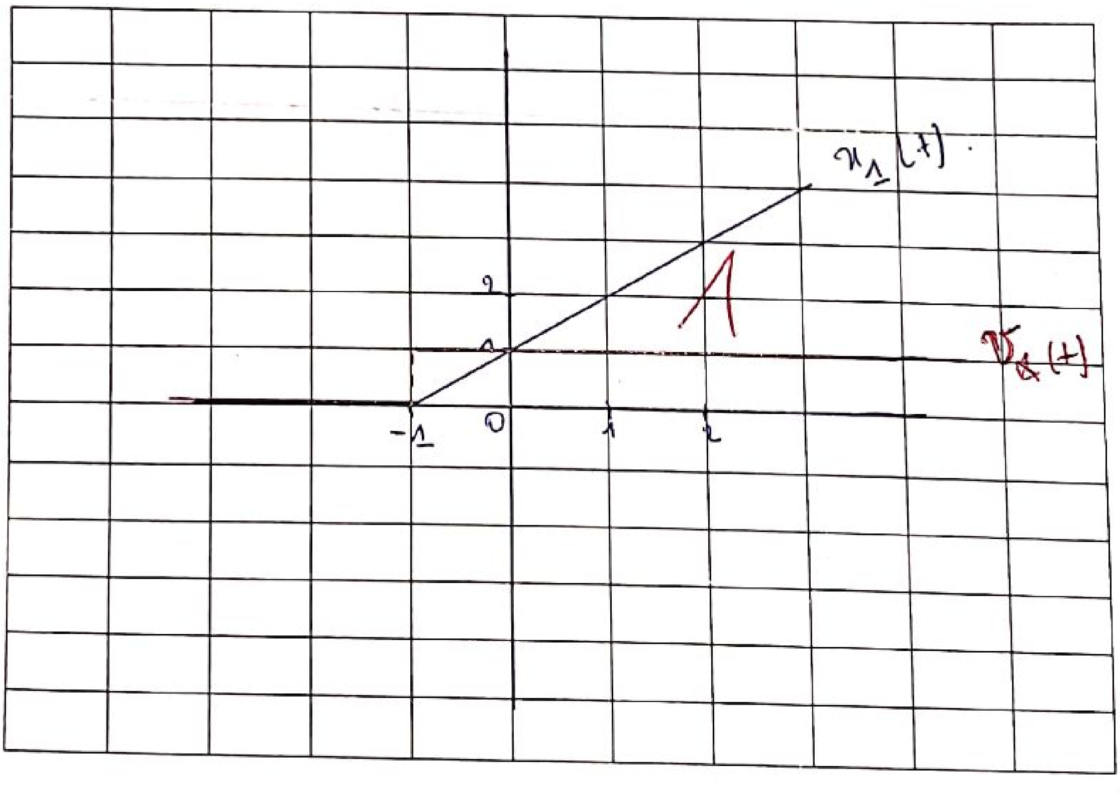


Figure 2

OULOBLY STEPHANE RONIN
ENSEIGNANT CHERCHEUR ESATIC

Exercice 2 : **Graphes et Opérations sur les signaux** **10 pts**

1. Citer les opérations à appliquer au signal $x(t)$ défini sur $\mathbb{R}$, pour obtenir le signal $y(t)$

$$x(t) = t.u(t) \qquad y(t) = (2t+4)e^{-3(t+2)}u(t+2)$$

2. On considère maintenant le signal $x(t)$ de la question précédente.
   a. Tracer $x(t)$ sur la figure 1.
   b. Tracer aussi le signal $x_1(t) = x(t+1)$ sur le même repère (dans une autre couleur).
3. Représenter graphiquement le signal $x_1(t)$ sur la figure 2
4. Calculer l'énergie de ce signal et donner sa classe énergétique.
5. Déterminer l'expression causale de $x_1(t)$
6. Déterminer les parties paire et impaire de $x_1(t)$.
7. Déterminer la dérivée $v(t)$ de $x_1(t)$.
8. Représenter $v(t)$ sur le même repère que $x_1(t)$

1) Les opérations à appliquer

On $y(t) = (2t+4)e^{-3t} \cdot e^{-6} u(t+2)$. Les opérations sont :

- un amortissement (e^{-3t})
- un decallage (
- une ~~compression~~

et il y a l'amplitude

1,5

4) L'energie de ce signal

On a : $W = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1^2(t)\,dt$.

$W = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t+1)\,dt$

$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[(t+1)u(t+1)\right]^2 dt$

$W = \int_{-1}^{+\infty} (t+1)^2\,dt$.

$W = \int_{-1}^{+\infty} (t^2+2t+1)\,dt$.

$W = \left[\frac{1}{3}t^3 + t^2 + t\right]_{-1}^{+\infty}$

$\boxed{W = +\infty}$

Ok

OULOBLY STEPHANE RONIN
ENSEIGNANT CHERCHEUR ESATIC

* Sa classe énergétique est : Puissance moyenne finie

7) Déterminons la dérivée $x'(t)$

$x_1(t) = (t+1)\,u(t+1)$

$\Leftrightarrow x_1'(t) = u(t+1) + (t+1)\,\delta(t+1)$

$\Leftrightarrow \boxed{x_1'(t) = u(t+1)}$ 1

6) partie paire et impaire

* Partie paire

$x_{1p} = \frac{1}{2}\left[x_1(t) + x_1(-t)\right]$

1

$x_p = \frac{1}{2}\left[(t+1)\,u(t+1) + (t+1)\,u(1-t)\right]$

* Partie impaire

$x_i = \frac{1}{2}\left[x_1(t) - x_1(-t)\right]$

1

$x_i = \frac{1}{2}\left\{(t+1)\,u(t+1) - (t+1)\,u(1-t)\right]$

$x_i = \frac{1}{2}\left\{(t+1)\,u(t+1) + (t-1)\,u(1-t)\right]$

5) Expression causale

$\boxed{x_1(t) = (t+1)\,u(t+1)}$

1

Posons $T = t+1 \Leftrightarrow t = T-1$

$\Leftrightarrow x_1(T-1) = T\,u(T)$

OULOBLY STEPHANE RONIN
ENSEIGNANT CHERCHEUR ESATIC

![ESATIC]

TEST LOURD DE TRAITEMENT DU SIGNAL N°2

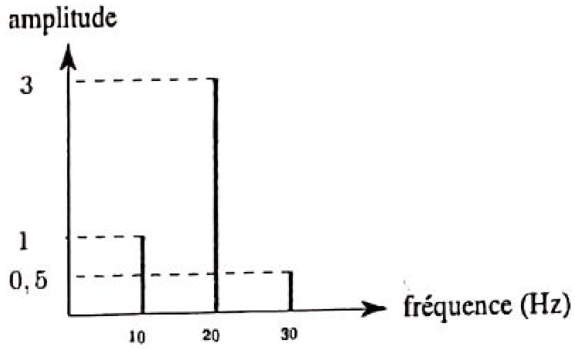
Parcours : SRIT3 A & B

Durée : 2h30

Exercice 2 : Un peu d'analyse spectrale

04 pts

Un signal $s(t)$ est placé en entrée d'un analyseur de spectre. L'analyseur propose alors un graphe donné par la figure 1



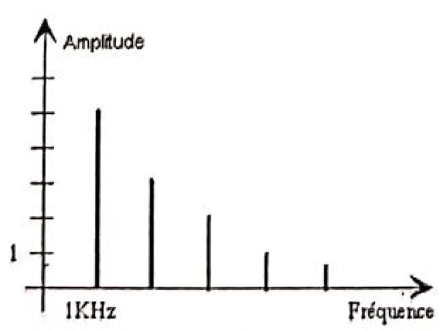
1. Que représente exactement ce graphe ?
2. Le signal $s(t)$ est-il périodique ? Si oui, quelle est sa période Tp ?
3. Le signal $s(t)$ comporte-t-il des harmoniques ? Si oui, combien ?
4. Donner son expression temporelle.

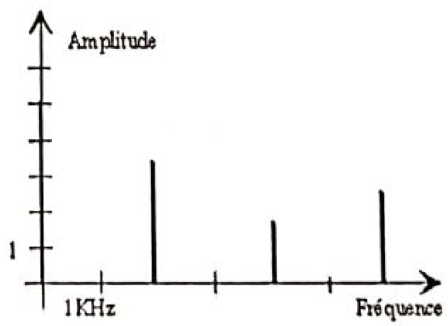
Exercice 2 : Encore de l'analyse spectrale

04 pts

À partir de l'observation des spectres suivants, donner pour chaque signal :

- La valeur moyenne.
- L'amplitude et la fréquence du fondamental.
- L'amplitude et la fréquence des différents harmoniques.
- L'expression du signal temporel.
- La largeur de bande spectrale du signal.





Exercice 3 : **Toujours de l'analyse spectrale** **05 pts**

Considérons l'amortisseur suivant $v(t) = 3\,e^{-2t}\,u(t)$.

1. Déterminer son énergie totale. En déduire la calasse énergétique.
2. Déterminez la proportion de l'énergie totale transférée durant la première seconde, considérant que la transmission du signal commence à $t = 0\,s$.
3. En utilisant un critère d'énergie de 95%, déterminez la largeur de bande essentielle B du signal.
4. Comment B change-t-il si un critère énergétique de 99% est utilisé ?

Exercice 4 : **Et on dit merci à qui pour terminer ?** **05 pts**

Lors d'une transmission votre laboratoire reçoit le signal composite suivant dont le spectre est contenu dans le tableau suivant :

F (kHz)	0	190	380	570	760	950	1140	1330	1520	1710
A_F	4	150	100	75	68	50	45	18	7	3
φ_F		$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{-\pi}{4}$	$\frac{-\pi}{10}$	$\frac{-\pi}{16}$	$\frac{\pi}{8}$

1. Qu'est-ce qu'un spectre ? Et en quoi consiste une analyse spectrale ?
2. Dans quelle forme de Série de Fourier est donné le signal composite ? Justifier
3. Tracer sur la figure 1 les spectres d'amplitude et de phase unilatéraux de ce signal composite noté ***x(t)***.
4. Déterminer l'expression temporelle de $x(t)$.
5. Déduire du théorème de Perceval la puissance totale de ce signal.

10/20

TEST LOURD DE TRAITEMENT DU SIGNAL N°1

(Définitions, classification, opérations et représentations des signaux)

Niveau : Licence 3 SRIT

Durée : 1H20

Nom et prénoms : ATSIN CHANE MARIE-CLAUDE **Classe :** SRIT 3A

Exercice 1 : QCM

10 pts

Les règles de ce QCM sont très simples. Une réponse juste donne **1 Point**, une réponse fausse retranche **½ point** et une question non répondue retranche **1 point.**

0. **Ceci est un Test lourd :**

   a. D'anglais   b. de comptabilité   c. de traitement du signal

1. **Laquelle de ces fonctions suivantes ne fait pas partie de l'élaboration des signaux ?**

   a. Codage   b. Mesure   c. Modulation   −1/2

2. **Quelle est la classe morphologique du signal : 01001110110 ?**

   a. Echantillonné   b. Quantifié   c. Numérique   1

3. **Quelle est la classe énergétique du signal : $Asin(\omega t + \varphi)$?**

   a. Energie finie   b. Puissance moyenne finie   1

4. **Quelle est la bande spectrale du signal de la Canal+ Horizon ?**

   a. BF   b. UHF   c. VHF   1

5. **Lequel des signaux suivants est de la bande VHF ?**

   a. RTI TV2   b. tension de secteur   c. Radio JAM FM   −1/2

6. **Quelle est la fréquence d'un signal lumineux de longueur d'onde $\lambda = 0.1\ mm$?**

   a. 3 MHz   b. 3 GHz   c. 3 THz   1

7. **Lequel des signaux suivants est causal :**

   a. $t.u(t-1)$ b. $t.u(t+1)$ c. $u(t+1) - u(t-1)$ −1/2

8. **Lequel des signaux suivants est la version décalée, amortie et comprimée de cos(t) ?**

   a. $e^{-2t}cos(t+4)$ b. $e^{-2t}cos(2t+4)$ c. $e^{-2t}cos(2t)$ 1

9. **Lequel des systèmes décrits par les modèles suivants est linéaire ?**

   a. $y'(t) + 2y(t) = x(t).x'(t)$ b. $y''(t) + 4ty'(t) - 3y(t) = 4x'(t)$ 1

10. **Lequel des systèmes décrits par les modèles suivants est stationnaire ?**

    b. $y'(t) + 2y(t) = x(t).x'(t)$ $y''(t) + 4ty'(t) - 3y(t) = 4x'(t)$ 1

OULOBLY STEPHANE RONIN
ENSEIGNANT CHERCHEUR ESATIC

Université FHB
UFR-MI

Année 2012-2013

TD de Recherche Opérationnelle 2 (Licence 3 Miage-GI)

Exercice 1

Une société produit des biens A, B, et C. La production des biens nécessite l'utilisation de 4 machines. Les temps de production et les profits générés sont repris dans le tableau suivant.

	1	2	3	4	Profit
	1	3	1	2	6
			3	3	6
					6

... onibles sur les machines 1, 2, 3 et 4 sont ... maximiser son profit. Formuler ce ... aire.

... ités

A rendre avec votre copie

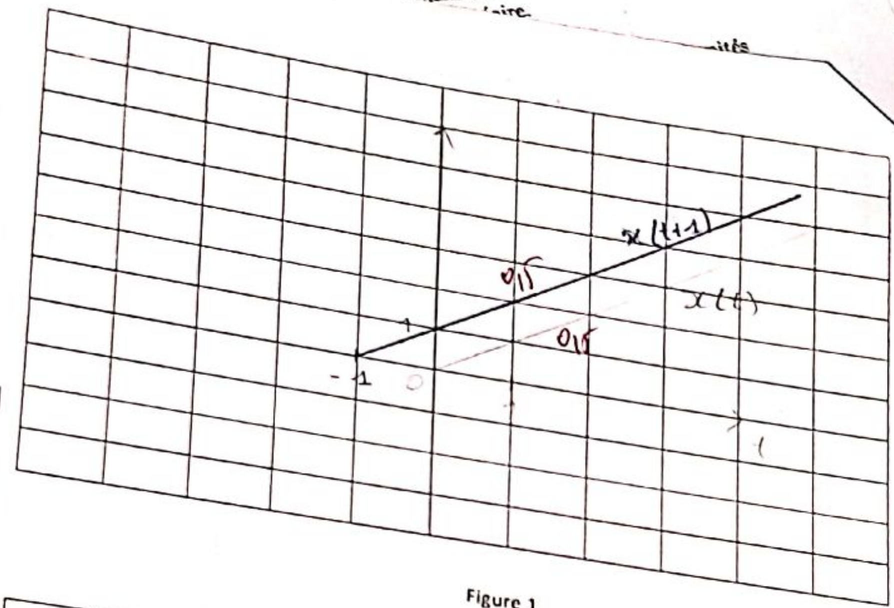


Figure 1

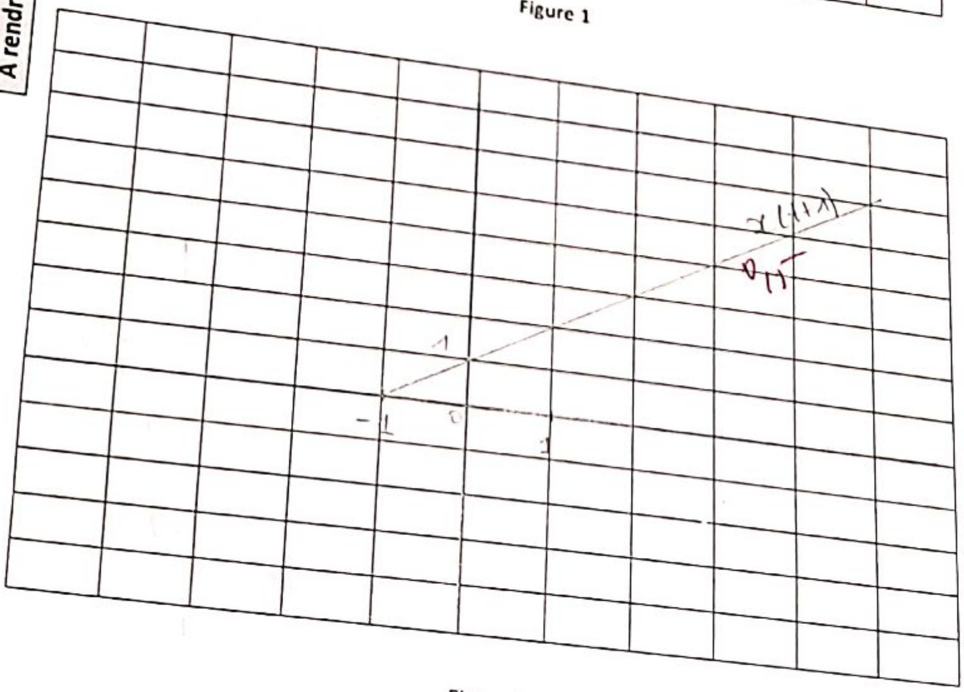


Figure 2

.....

....

.... ONIN

OULOBLY STEPHANE RONIN
ENSEIGNANT CHERCHEUR ESATIC

Exercice 2 : **Graphes et Opérations sur les signaux** **10 pts**

1. Citer les opérations à appliquer au signal $x(t)$ défini sur $\mathbb{R}$, pour obtenir le signal $y(t)$

$$x(t) = t.u(t) \qquad y(t) = (2t+4)e^{-3(t+2)}u(t+2)$$

2. On considère maintenant le signal $x(t)$ de la question précédente.
   a. Tracer $x(t)$ sur la figure 1.
   b. Tracer aussi le signal $x_1(t) = x(t+1)$ sur le même repère (dans une autre couleur).
3. Représenter graphiquement le signal $x_1(t)$ sur la figure 2
4. Calculer l'énergie de ce signal et donner sa classe énergétique.
5. Déterminer l'expression causale de $x_1(t)$
6. Déterminer les parties paire et impaire de $x_1(t)$.
7. Déterminer la dérivée $v(t)$ de $x_1(t)$.
8. Représenter $v(t)$ sur le même repère que $x_1(t)$

1) Pour obtenir le signal y(t) on a :
- Fait un décalage fréquentielle de 3, ensuite un décalage temporel de -2 et ~~un~~ enfin on a doubler le signal. 1,5

5) $x_1(t) = x(t+1) = (t+1)u(t+1)$ 1

6) Déterminons les parties paire et impaire de $x_1(t)$:

7) Déterminons v(t) :
$v(t) = u(t+1) + t\,\delta(t+1)$ 0,5

OULOBLY STEPHANE RONIN
ENSEIGNANT CHERCHEUR ESATIC

maximiser

que de moula es types A est de 13 un usinage

ESATIC

TEST LOURD DE TRAITEMENT DU SIGNAL N°1

Parcours : SRIT3 **Durée : 2h30**

Exercice 1 : **QCM**

Les règles de ce QCM sont [illegible]

2. Soient les signaux multiplexés suivants : $v_1(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$ $\quad$ $v_2(t) = x_1(t) + x_4(t) + x_2(t)$

   Lequel de ces signaux est périodique ? (Entourer le signal périodique)

3. Que vaut sa période? a- $T = \frac{1}{20}\,s$ $\quad$ b- $T = \frac{1}{5}\,s$ $\quad$ c- $T = \frac{1}{15}\,s$

4. Relier l'outil mathématique qu'il faut pour obtenir le spectre de chacun des signaux :

   $v_1(t)$ $\quad$ *Transformée en Z*

   Série de Fourier

   Transformée de Laplace

   $v_2(t)$ $\quad$ *Transformée de Fourier*

Partie 2 : **Analyse spectrale**

Dans cette partie on considère le signal

$$v_1(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) = 2.\cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 3.\cos\left(30\pi t - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(40\pi t + \frac{\pi}{8}\right)$$

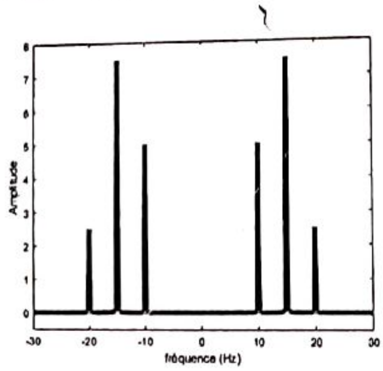
5. Donner la forme de série de Fourier dans laquelle se trouve le signal $v_1(t)$.

   a- *SF Trigonométrique* $\quad$ b – *SF en Cosinus* $\quad$ c – *SF Complexe*

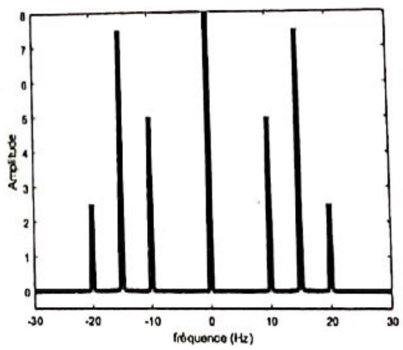
6. Déterminer sa puissance et en déduire sa valeur efficace V_{eff}

   $\boxed{P = \cdots \ldots \ldots \qquad V_{eff} = \cdots \sqrt{P}}$

7. Déterminer parmi les spectres suivants celui de $v_1(t)$. **(Choisir entre (a) et (b))**



(a)



(b)

ESATIC

TEST LOURD DE TRAITEMENT DU SIGNAL N°1

Parcours : SRIT3 **Durée : 2h30**

Exercice 1 : **QCM** **05 pts**

Les règles de ce QCM sont très simples. Une réponse juste donne **1 Point**, une réponse fausse retranche ½ point et une question non répondue retranche **0 point**.

0. Ceci est un Test lourd :

a. D'anglais b. de comptabilité c. de traitement du signal

1. Lequel des systèmes décrits par les équations suivantes est causal :

a. $y(t) = x(t-2)$ b. $y(t) = x(-t)$ c. $y(t) = x(at)\ avec\ a > 1$

2. Lequel des systèmes décrits par les équations suivantes est non linéaire :

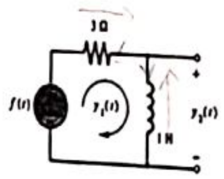
a. $y'(t) + t^2 y(t) = (2t+3)x(t)$ b. $y(t).y'(t) + 3y(t) = x(t)$ c. $y(t) + 7y(t) = 5x(t)$

3. Lequel des systèmes décrits par les équations suivantes est invariant dans le temps :

a. $y(t) = \sin(t).x(t-2)$ b. $y(t) = x(2t)$ c. $y(t) = sin[x(t)]$

4. Lequel des modèles suivants représente le SSLIC

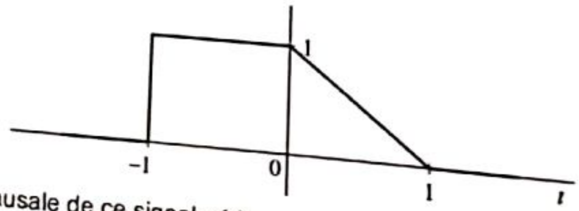
a. $3y(t) + y'(t) = f'(t)$
b. $6y'(t) + 4y(t) = f(t)$
c. $y''(t) + 3y'(t) = f'(t)$



5. Un SSLIC a pour réponse libre $y_0(t) = 2e^{-2t} + 4e^{-t} + 3$. Lequel des polynômes caractéristiques suivants correspond à ce système :

a. $\lambda^3 + 4\lambda^2 + 6\lambda + 1$ b. $3(\lambda^3 + 3\lambda^2 + 2\lambda)$ c. $\lambda(\lambda+3)^2$

Exercice 2 : **Classification des signaux et énergie** **05 pts**



1. Déterminer l'expression causale de ce signal $x(t)$
2. Quelle est sa classe énergétique ?
3. Déterminer sa partie paire et sa partie impaire notées respectivement $x_p(t)$ et $x_i(t)$
4. Déterminer l'expression par morceaux de $x_p(t)$ et représenter $x_p(t)$.

1. Il ne faut pas confondre « bénéfice » et « chiffe d'affaires ».
2. Les avances reçues sur les contrats obtenus doivent servir à l'achèvement des travau non pas à se procurer la voiture dernier cri ou bambocher dans les bars.

Problème : **Analyse temporelle des Systèmes linéaires** **10 pts**

Soit le SSLIC constitué d'une résistance R en série avec une bobine d'inductance L et le tout en parallèle avec un condensateur de capacité C, appelé communément cellule RL-C. la sortie $y(t)$ de ce système est au niveau du condensateur.

1. Faire un schéma du système avec l'entrée $x(t)$ le courant qui traverse la résistance.
2. Qu'es ce qu'un modèle ?
3. Déterminer le modèle du système pour $R = 2, L = 10H \ et \ C = 4F$
4. Déterminer l'équation caractéristique, le polynôme caractéristique, racines caractéristiques et les modes propres.
5. Déterminer la réponse libre $y_0(t)$ si $y_0(0) = -1;\ y_0'(0) = 1;\ y_0''(0) = 5$
6. Déterminer la réponse impulsionnelle $h(t)$ de ce système.
7. Déterminer la réponse indicielle $y_1(t)$ (réponse à un échelon unité de Heaviside).
8. Déterminer la réponse forcé $y_f(t)$ au signal d'entrée $x(t) = 2[u(t) - u(t-1)]$

ESATIC
ECOLE SUPERIEURE AFRICAINE DES TIC

Semestre 1 / 1ère session

Année académique : 2020-2021

ECUE: TRAITEMENT DU SIGNAL
Durée: 2H 00

Parcours: **SRIT 3 A et B**

Ce sujet contient deux exercice et un problème indépendant indépendants les uns des autres. Une attention particulière sera portée sur la propreté de la copie qui sera rendue en fin de composition. Il y a aussi en **ANNEXE** des informations qui peuvent être très utiles.

Exercice 1 : **Séries de Fourier** **(04 pts)**

Ceci est un questionnaire à choix multiple ou QCM dont les règles sont très simples. Une **réponse juste donne 0.5** ***point*** **et une réponse fausse ou une question non répondue donne** ***0 point*****.**

Question 1 Quelle est l'harmonique de rang 3 du signal $s(t) = 3 + 5\cos(\pi t + 7) + 10\sin(3\pi t + 6)$?

$a.\ 5\cos(\pi t + 7)$ $\quad b.\ 0$ $\quad c.\ 10\sin(3\pi t + 6)$ $\quad d.\ 5\cos(\pi t + 7) + 10\sin(3\pi t + 6)$

Question 2 Combien vaut le coefficient a_5 du signal $s(t) = 4\cos(\pi t) - 7\sin(2\pi t)$?

$a.\ -\frac{16}{2}$ $\quad b.\ -49$ $\quad c.\ 4$ $\quad d.\ 0$ $\quad e.\ -7$

Question 3 Quelle est la fréquence de l'harmonique de rang 3 du signal $s(t) = 2\cos(6t) - 7\sin(9t)$

$a.\ \frac{1}{2}$ $\quad b.\ \frac{9}{2\pi}$ $\quad c.\ 1$ $\quad d.\ 0$ $\quad e.\ \frac{6}{2\pi}$

Question 4 Combien vaut le coefficient A_2 du signal $s(t) = 2 + 12\sin\left(18t - \frac{\pi}{2}\right) + 2\cos(36t)$?

$a.\ 2$ $\quad b.\ 18$ $\quad c.\ 1$ $\quad d.\ 0$ $\quad e.\ 12$

Question 5 Combien vaut le coefficient b_1 du signal $s(t) = 1 + 12\cos(10t - \frac{\pi}{4})$?

$a.\ 2$ $\quad b.\ 18$ $\quad c.\ 1$ $\quad d.\ 0$ $\quad e.\ 12$ X

Question 6 Quelle est la puissance moyenne totale du signal $s(t) = 2 + 4\cos(14t) + 7\sin(14t)$

$a.\ \frac{4}{2}$ $\quad b.\ 4$ $\quad c.\ \frac{36}{2}$ $\quad d.\ \frac{73}{2}$ $\quad e.\ 100$ $\quad f.\ 9$ $\quad g.\ \frac{100}{2}$

Question 7 Quelle est la puissance moyenne totale du signal $s(t) = 5\exp(-j12t) + 2 + 5\exp(j12t)$

$a.\ \frac{4}{2}$ $\quad b.\ 32$ $\quad c.\ \frac{36}{2}$ $\quad d.\ \frac{64}{4}$ $\quad e.\ \frac{108}{2}$ $\quad f.\ 36$ $\quad g.\ 64$

Question 8 Combien vaut le coefficient a_4 du signal $s(t) = 2 + 12\sin(6\pi t) + 2\cos(24\pi t)$?

$a.\ 2$ $\quad b.\ 18$ $\quad c.\ 1$ $\quad d.\ 0$ $\quad e.\ 12$

Exercice 2: **Analyse spectrale** **06 pts**

Considérons l'amortisseur suivant $x(t) = (4\,e^{-2t} + 2e^{-3t})u(t)$.

1. Déterminer son énergie totale. En déduire la classe énergétique.
2. Déterminez la proportion de l'énergie totale transférée durant la première seconde, considérant que la transmission du signal commence à $t = 0\,s$.
3. En utilisant un critère d'énergie de 95%, déterminez la largeur de bande essentielle B du signal.
4. Comment B change-t-il si un critère énergétique de 99% est utilisé?

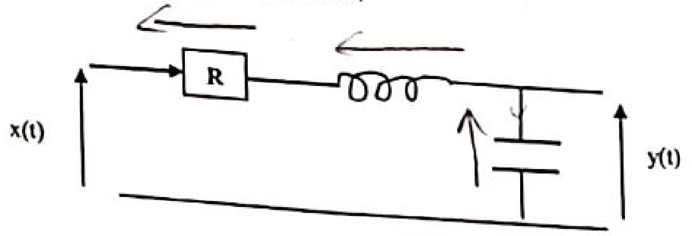
Problème :

Etude des Systèmes linéaires

Partie 1 **10 pts**

Analyse temporelle

Soit le SSLIC représenté à la figure suivante :



1. Déterminer le modèle du système pour $R = 2, L = 10H\ et\ C = 4F$
2. Déterminer l'équation caractéristique, le polynôme caractéristique, racines caractéristiques et les modes propres.
3. Déterminer la réponse libre $y_0(t)$ si $y_0(0) = -1;\ y_0'(0) = 1;\ y_0''(0) = 5$
4. Déterminer la réponse impulsionnelle $h(t)$ de ce système.
5. Déterminer la réponse indicielle $y_1(t)$ (réponse à un échelon unité de Heaviside).
6. Déterminer la réponse forcé $y_f(t)$ au signal d'entrée $x(t) = 2[u(t) - u(t-1)]$

Partie 2

Analyse Fréquentielle

7. A partir du modèle de la question 1. Déterminer la fonction de transfert du système dans le domaine de Laplace.
8. Déterminer l'ordre et la nature de ce système.
9. Que valent ses pôles. En déduire la stabilité du système.
10. En utilisant la TL $X(s)$ du signal $x(t)$ de la question 6. et la fonction de transfert $H(s)$ du système, déterminer la réponse forcée $y_f(t)$.
11. **Question bonus de 2 points** : Déterminer la réponse indicielle du système.