EXERCICE 1 — Traitement du signal 2

1.) **Déterminons :**

- La valeur moyenne : 33 mV
- La valeur fondamentale : 22 mV
- Les harmoniques ; La 3eme raie représente l'harmonique de rang 2.
  - rang 2 : 20 mV
  - rang 8 : 0 mV
  - rang 32 : 0 mV

La valeur moyenne est la pour laquelle la fréquence est nulle.

La valeur fondamentale est la première raie après la fréquence 0

Le signal est périodique car composé de raies.
Quand le spectre est une fonct° continue, le signal est non périodique.

2.) **Déterminons la fréquence de l'harmonique 32**

$f_{32} = 9 \times 4\ MHz = 36\ MHz$

- **Déduction**

$f_{32} = 36 \Rightarrow f_0 = \frac{f_{32}}{32} \Rightarrow f_0 = \frac{36}{32} \Rightarrow f_0 = 1,125\ MHz$

- **La période T :**

$T_0 = \frac{1}{f_0} \Rightarrow T_0 = \frac{1}{1,25.10^6} \Rightarrow T_0 = 8,88.10^{-7}\ \cancel{Hz}\ s$

$T_0 = 889\ ns.$

3.) **Amplitude de l'harmonique de rang n**

$aE.\frac{2\sin(n\pi a)}{n\pi a} = \frac{2E\sin(n\pi a)}{n\pi}$

4.) **La valeur du rapport cyclique**

On a : $\frac{2 \times E \times \sin(8 \times \pi \times a)}{8 \times \pi} = 0 \Rightarrow \sin(8 \times \pi \times a) = 0$

$\Rightarrow 8 \times \pi \times a = 0 + \pi \quad \Rightarrow a = \frac{1}{8}.$

5.) **Calcul de la largeur aT**

$aT = aT_0 = \frac{1}{8} \times 8,89.10^{-7} = 1,11.10^{-7} \Rightarrow aT = 111.10^{-9}\ s$

$aT = 111\ ns.$

On a : $\frac{1}{aT} = \frac{1}{111.10^{-5}} \Rightarrow \frac{1}{aT} = 9.10^{6} \Rightarrow$ ~~...~~ $8 . \frac{1}{aT} =$

$\frac{1}{aT}$ est la fréquence dont le rang de l'harmonique est 8.

EXERCICE 2

1) Valeurs efficaces du fondamental

Composante	amplitude en dBm	amplitude en mV
Fondamental	2	281
Harmonique 2	-52	0,561
Harmonique 3	-59	0,25
Harmonique 4	-55	0,357
Harmonique 5	-51	0,63
Harmonique 6	-59	0,25
Harmonique 7	-52	0,561
Harmonique 8	-61	0,159
Harmonique 9	-59	0,25

On a : $P_{out} = \frac{V^2}{R}$; $P_{dB} = 10 \log\left(\frac{V^2}{R}\right)$

$P_{dBm} = 10 \log\left(\frac{V^2/R}{1mW}\right)$

$P_{dBm} = 10\left[\log(V^2) - 10 \log(10^{-3} \times R)\right]$

$P_{dBm} = 10\left[\log(V^2) - 10 \log(10^{-3} . 50)\right]$

Donc $20 \log(V) = P_{dBm} + 1,3$

$\log(V) = \frac{P_{dBm} + 1,3}{20}$

Donc $V = 10^{\frac{(P_{dBm}+1,3)}{20}} \Rightarrow V = 10^{\frac{P_{dBm}+1,3}{10}}$

(V) = Pdbm + 10 log (0,05)

$\log(V) = \frac{Pdbm + 10\log(0{,}05)}{20}$

$V_{(volt)} = 10^{\frac{Pdbm + 10\log(0{,}05)}{20}}$

2°) Taux de distorsion harmonique du signal.

$$TDH = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + \ldots + A_n^2}}{A_1}$$

où A_1 est le taux de fondamental

A sont les amplitudes en mV

$TDH = 4{,}22 \cdot 10^{-3} = 0{,}422 \cdot 10^{-2}$

$\Rightarrow TDH = 0{,}422\ \%$

EXERCICE 4

① Le signal est-il périodique?

On a: $x(t) = \cos\left(\frac{2}{3}t + 30°\right) + \sin\left(\frac{4}{5}t + 45°\right)$

$T_{01} = \frac{2\pi}{w_{01}} \Rightarrow T_{01} = \frac{3}{2} \times 2\pi \rightarrow T_{01} = 3\pi$ [3π 6π 9π 12π $\overset{5}{15\pi}$ 18π]

$T_{02} = \frac{2\pi}{w_{02}} \Rightarrow T_{02} = \frac{5}{4} \times 2\pi \Rightarrow T_{02} = \frac{5}{2}\pi$ [$\frac{5}{2}\pi$ $\frac{5\pi}{1}$ $\frac{15\pi}{2}$ 10π $\frac{25\pi}{2}$ $\overset{6}{15\pi}$]

On a: $\frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{3\pi}{\frac{5}{2}\pi} = \frac{6}{5} \in \mathbb{Q}$, $\frac{6}{5}$ est rationnel donc $x(t)$ est périodique.

$T_0 = ppcm(T_{01}, T_{02}) = 15\pi \Rightarrow F_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{15\pi} = \frac{1}{15 \times 3{,}14}$

$F_0 = 0{,}02\ Hz$.

Donc Période fondamentale T_0

$T_0 = ppcm(T_{01}, T_{02})$

$F_0 = \frac{1}{T_0}$

Quelles harmoniques sont présentes ?

On a :

$T_0 = 5 T_{01} \Rightarrow \frac{T_0}{T_{01}} = 5$ donc $\frac{F_{01}}{F_0} = 5$

$T_0 = 6 T_{02} \Rightarrow \frac{T_0}{T_{02}} = 6$ Donc $\frac{T_{02}}{T_0} = 6$

Dans le signal $x(t)$, on a l'harmonique de rang 5 et l'harmonique de rang 6.

Comment trouver l'harmonique ?

On a : $A_n \cos(\underbrace{n\omega_1}_{\text{Harmonique.}} t + \varphi_n)$

$n\omega = \frac{2}{3} \Rightarrow n = \frac{2}{3\omega}$ or $\omega = \frac{2\pi}{T}$ et $T = 15\pi$

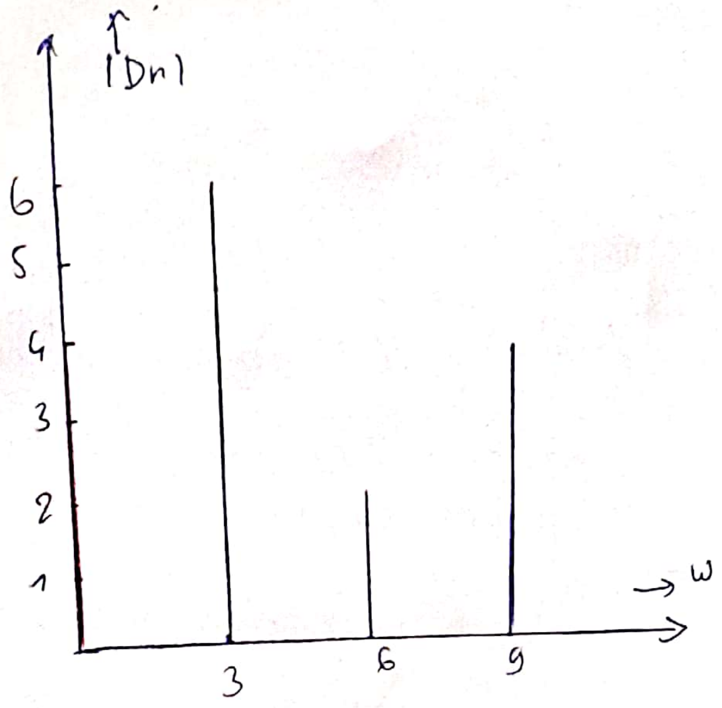
Donc $n = \frac{2}{3 \times \frac{2\pi}{15\pi}} \rightarrow n = 5.$

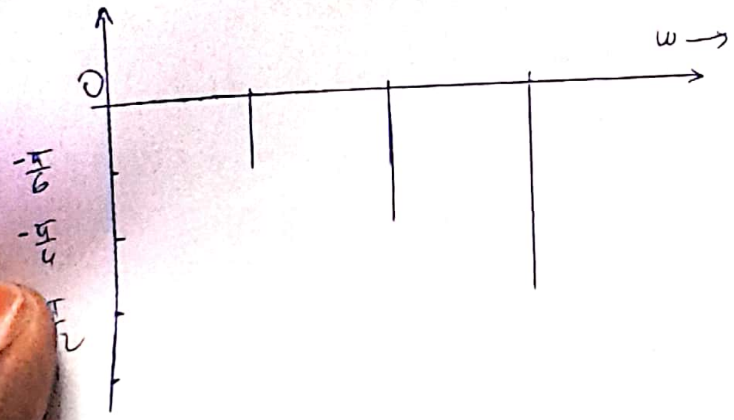
Scanné avec CamScanner

...x 5

Déterminons le spectre trigonométrique de $x(t)$

$|C_n| = \frac{1}{2} A_n$





Spectre trigonométrique = Spectre unilatéral

Spectre unilatéral est le double du spectre bilatéral amplitude

La valeur moyenne dans un style différent dans la représentat° spectrale

La valeur moyenne reste telle en 0.
Pour faire le spectre unilatéral, on multiplie par 2
Au niveau des phases, on enlève la partie négative

Puissance d'un signal :
① Intégrale dans le temps
② En série de fourier avec parseval

Déterminons l'expression compact de la série trigonométrique de fourier

$\cancel{x(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{n} \cos(t}$

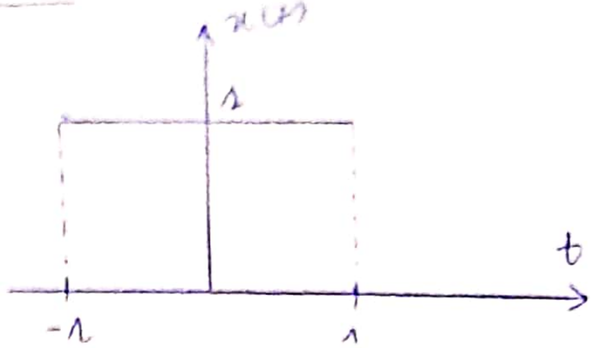
$\cancel{x(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{n} A_n (\cos(w_0 t - \varphi))}$

$$x(t) = 4 + 6\cos(3t - \frac{\pi}{6}) + 2\cos(6t - \frac{\pi}{4}) + 4\cos(9t - \frac{\pi}{2})$$

$$x(t) = A_0 + A_n \sum \cos(n w t + \varphi_n)$$

Scanné avec CamScanner

EXERCICE 6



1°) $\int_{-\infty}^{+\infty} X(jf)\,df = 1$ car :

$X(jf) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$ et $x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(jf)\, e^{j\omega t}\, df$.

$x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(jf)\, df \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} X(jf) = 1$.

2°) $X(f=0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, dt = 2$

3°) $\int_{-\infty}^{+\infty} |X(jf)|^2 df = 2$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |X(jf)|^2 df = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$
$$= \int_{-1}^{1} 1\, dt$$
$$= [t]_{-1}^{1} = 2$$

4°) Calculons $X(jf)$

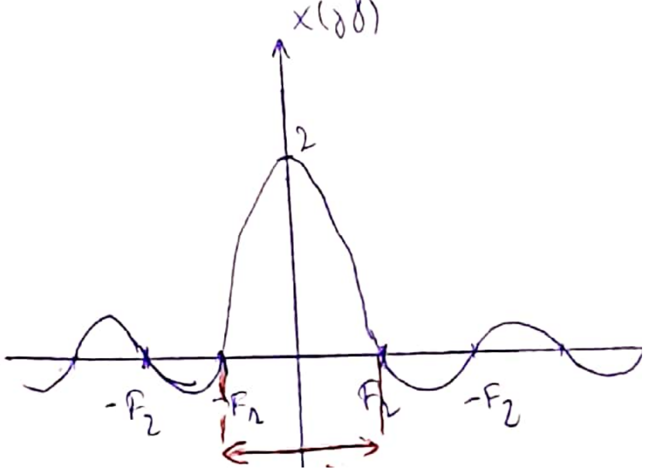
$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi c)}{\pi c}$

$$X(jf) = \int_{-1}^{1} e^{-j\omega t}\, dt = \left[-\frac{1}{j\omega} e^{-j\omega t}\right]_{-1}^{1}$$
$$= -\frac{1}{j\omega}\left(e^{-j\omega} - e^{j\omega}\right) = \frac{\left(e^{j\omega} - e^{-j\omega}\right)}{j\omega}$$
$$= \frac{\sin(\omega)}{\pi f} = 2 \cdot \frac{\sin(2\pi f)}{2\pi f} = 2\operatorname{sinc}(2f)$$

4°) Déduisons en sa largeur de bande.

$B = [-F_1, F_1]$

$$\frac{2\sin(2\pi f)}{2\pi f} = 0 \Rightarrow \sin(2\pi f) = 0$$
$$\Rightarrow 2\pi f = 0 + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$$



$, k\pi \quad , k \in \mathbb{Z}$

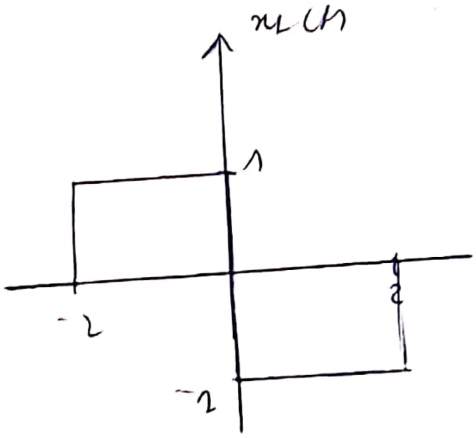
$f = \frac{k}{2} \quad , k \in \mathbb{Z}.$

largeur de bande est petite

$-F_1 = -\frac{1}{2} \quad ; F_1 = \frac{1}{2} .$

$B = F_1 + F_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow B = 1.$

6°) <u>Spectre des signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$.</u>



$x_1(t) = x(t+1) - x(t-1)$

$X_1(jf) = X(jf)e^{-jfa} - X(jf)e^{jfa}$

$= X(jf)e^{jf} - X(jf)e^{-jf}$

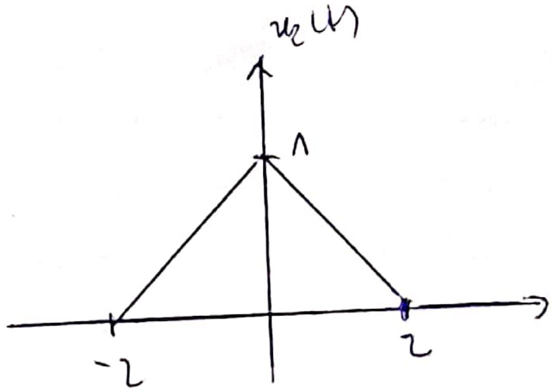
$X_1(jf) = X(jf)e^{jf} - X(jf)e^{-jf}$

$= X(jf)\left[e^{jf} - e^{-jf}\right]$

$X_1(jf) = 2j\, X(jf) \sin(2\pi f)$

$= 2j \cdot 2 \operatorname{sinc}(2f) \cdot \sin(2\pi f)$

$X_1(jf) = 4j \operatorname{sinc}(2f) \sin(2\pi f).$



$X_2(jf) = \frac{1}{j\omega} X_1(jf)$

$= \frac{1}{2\pi jf} X_1(jf)$

$= \frac{2}{\pi f} \operatorname{sinc}(2f) \sin(2\pi f)$

$= 4 \operatorname{sinc}(2f) \frac{\sin(2\pi f)}{2\pi f}$

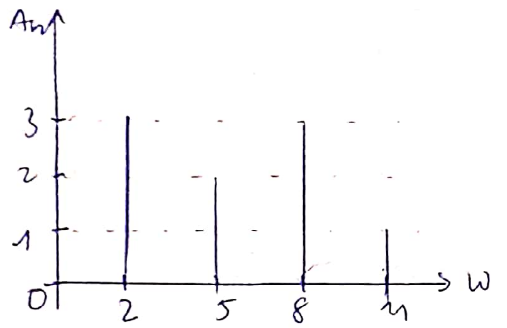
$= 4 \operatorname{sinc}(2f) \times \operatorname{sinc}(2f)$

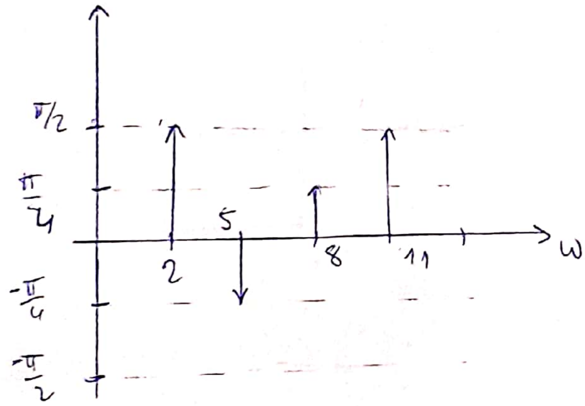
$X_2(jf) = 4 \operatorname{sinc}^2(2f).$

Scanné avec CamScanner

EXERCICE :

Soit le spectre d'un signal réel $x(t)$:





1°) Dans quelle forme de SF est donnée le spectre

2°) Le signal est-il périodique ? Justifier

3°) Que vaut la fréquence fondamentale de $x(t)$.

4°) Déterminer l'expression complexe de la SF de $x(t)$.

Exercice 2

Composante	Amplitude en dBm	Amplitude en mV
Fondamentale	0	281
H_2	-52	0,56
H_3	-60	0,22
H_4	-54	0,44
H_5	-50	0,70
H_6	-60	0,22
H_7	-52	0,56
H_8	-61	0,19
H_9	-60	0,22

$$V = 10^{\left(\frac{V_{dBm} - 13}{20}\right)} \cdot 10^{3}\, mV$$

2) Taux de distortion

$$d = \frac{\sqrt{H_2^2 + H_3^2 + H_4^2 + H_5^2 + H_6^2 + H_7^2 + H_8^2 + H_9^2}}{F}$$

$= 0,0004$ soit $0,4\,\%$

Exercice 3

1) $F = -7\, dBm = 100\, mV$

$H_3 = -55\, dBm = 0,39\, mV$

$H_4 = -42\, dBm = 1,77\, mV$

$H_5 = -58\, dBm = 0,28\, mV$

2) Taux de distortion

$$d = \frac{\sqrt{0,39^2 + 1,77^2 + 0,28^2}}{100}$$

$d = 0,018$ soit $1,8\,\%$

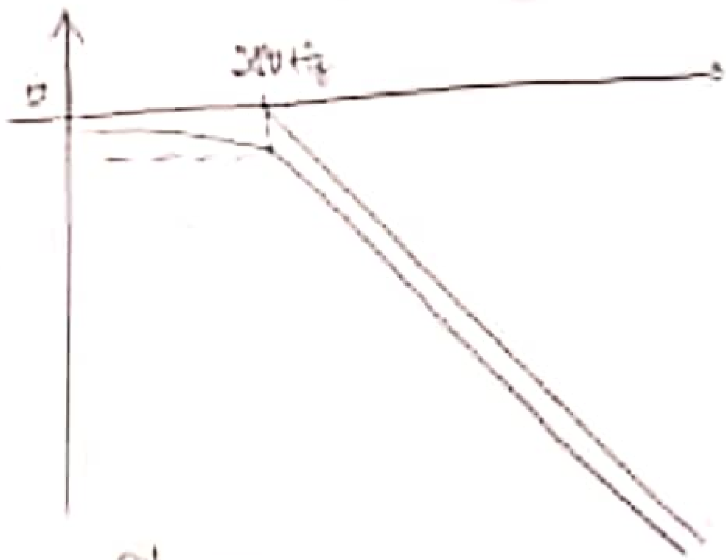
3) * effet sur les harmoniques : atténue les harmoniques après 220 Hz

* effet sur le taux de distortion : réduit le taux de distortion en le faisant tendre vers 0.

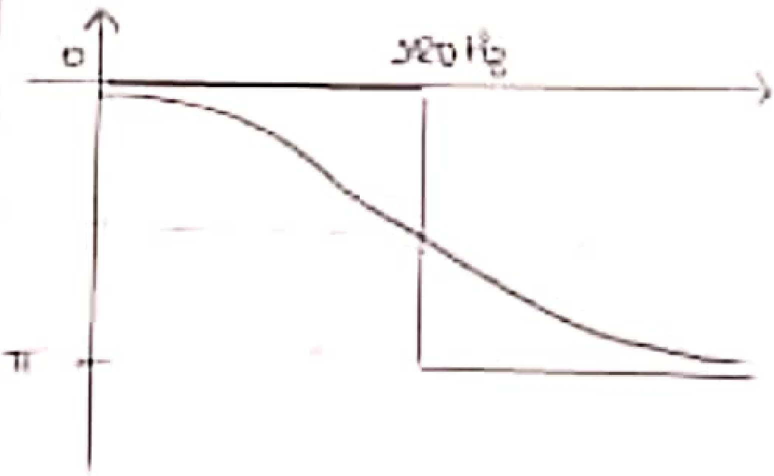
* sur la forme du signal : Améliore la forme du signal en atténuant les oscillations.

4) Diagramme de Bode

* Module



* Phase



	Amplitude en sortie de l'oscillateur	Gain du filtre (en dB)	Amplitude en sortie du filtre (en dBm)	Amplitude de la [illegible] en sortie du filtre (en mV)
Fondamental F	-7 dBm	-3 dB	-10 dBm	70,79
Harmonique 1	-53 dBm	-12 dB	-64 dBm	0,1
Harmonique 3	-42 dBm	-20 dB	-62 dBm	0,17
Harmonique 5	-58 dBm	-28 dB	-86 dBm	0,01

6) Voir Tableau

7) Nouveau taux de distortion td'

$$td' = \frac{\sqrt{H_1^2 + H_3^2 + H_5^2}}{F}$$

$$= \frac{\sqrt{(0,1)^2 + (0,17)^2 + (0,01)^2}}{70,79}$$

$td' = 2,78 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow 0,0027$

soit $0,27\%$

Le filtre permet de réduire le taux de distortion on peut améliorer la pureté spectrale du signal en ajoutant un autre filtre de pente beaucoup plus raide.

Exercice 5

$x(t) = \cos\left(\frac{2}{3}t + 30°\right) + \sin\left(\frac{4}{5}t + 45°\right)$

$x(t) = \cos\left(\frac{2}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{4}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$

* Périodicité du signal

$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} \Rightarrow \omega_1 T_1 = 2\pi \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$

d'où $\begin{cases} T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} \\ T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 2\pi \times \frac{3}{2} \\ T_2 = 2\pi \times \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 3\pi \\ T_2 = \frac{5}{2}\pi \end{cases}$

$\frac{T_1}{T_2} = 3\pi \times \frac{2}{5\pi} = \frac{6}{5} \in \mathbb{Q}$

Par conséquent ce signal est bien périodique.

* Trouvons la période

$T_1 = 3\pi$

$n(T_1) = 3\pi, 6\pi, 9\pi, 12\pi, 15\pi$

$T_2 = \frac{5}{2}\pi$

$n(T_2) = \frac{5}{2}\pi; 5\pi; \frac{15}{2}\pi; 10\pi; \frac{25}{2}\pi; 15\pi$

donc $PPCM(T_1, T_2) = 15\pi$

d'où $T = 15\pi$.

* Trouvons la fréquence.

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{15\pi}$

* Trouvons les harmoniques présentes dans $x(t)$.

$T = 5T_1 \Rightarrow \frac{T}{T_1} = 5$

$T = 6T_2 \Rightarrow \frac{T}{T_2} = 6$

on a donc les harmoniques 5 et 6.