TRAVAUX DIRIGES DE TRAITEMENT DES SIGNAUX N°1

Définitions, Classification, Opérations sur les signaux et les SSLICs

<u>Exercice 1</u> : **QCM**

Les règles de ce QCM sont très simples. Une réponse juste donne **1 Point**, une réponse fausse retranche **½ point** et une question non répondue retranche **1 point**.

0. **Ceci est un TD :**

   a. D'anglais b. de comptabilité c. de traitement du signal

1. **Laquelle de ces fonctions suivantes ne fait pas partie de l'élaboration des signaux ?**

   a. Codage b. Mesure c. Modulation

2. **Quelle est la classe morphologique du signal : 01001110110 ?**

   a. Echantillonné b. Quantifié c. Numérique

3. **Quelle est la classe énergétique du signal : $\boldsymbol{A sin(\omega t + \varphi)}$?**

   a. Energie finie b. Puissance moyenne finie

4. **Quelle est la bande spectrale du signal de la Canal+ Horizon ?**

   a. BF b. UHF c. VHF

5. **Lequel des signaux suivants est de la bande VHF ?**

   a. RTI TV2 b. tension de secteur c. Radio JAM FM

6. **Quelle est la fréquence d'un signal lumineux de longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda = 0.1\ mm}$?**

   a. 3 MHz b. 3 GHz c. 3 THz

7. **Lequel des signaux suivants est causal :**

   a. $t.u(t-1)$ b. $t.u(t+1)$ c. $u(t+1) - u(t-1)$

8. **Lequel des signaux suivants est la version décalée, amortie et comprimée de $\cos(\boldsymbol{t})$?**

   a. $e^{-2t}cos(t+4)$ b. $e^{-2t}cos(2t+4)$ c. $e^{-2t}cos(2t)$

<u>Exercice 2</u> : **Caractère morphologique des signaux**

Soient les six signaux $s_1(t)$ à $s_6(t)$ représentés sur la figure 1.1 (les pointillés sur certains chronogrammes indiquent les seuls niveaux admissibles pour le signal).

1. Quels sont les signaux continus ?
2. Quels sont les signaux discrets ?
3. Quels sont les signaux quantifiés ?
4. Quels sont les signaux analogiques ?
5. Quels sont les signaux numériques ?
6. Parmi ces signaux, un seul est issu de l'échantillonnage d'un signal continu avec une période d'échantillonnage Te fixe. Lequel ?

7. Dessiner un ≪ chronogramme≫ irréaliste ne représentant pas un signal.
8. Pourquoi le modèle d'un signal discret peut-il ne plus faire référence au temps ?

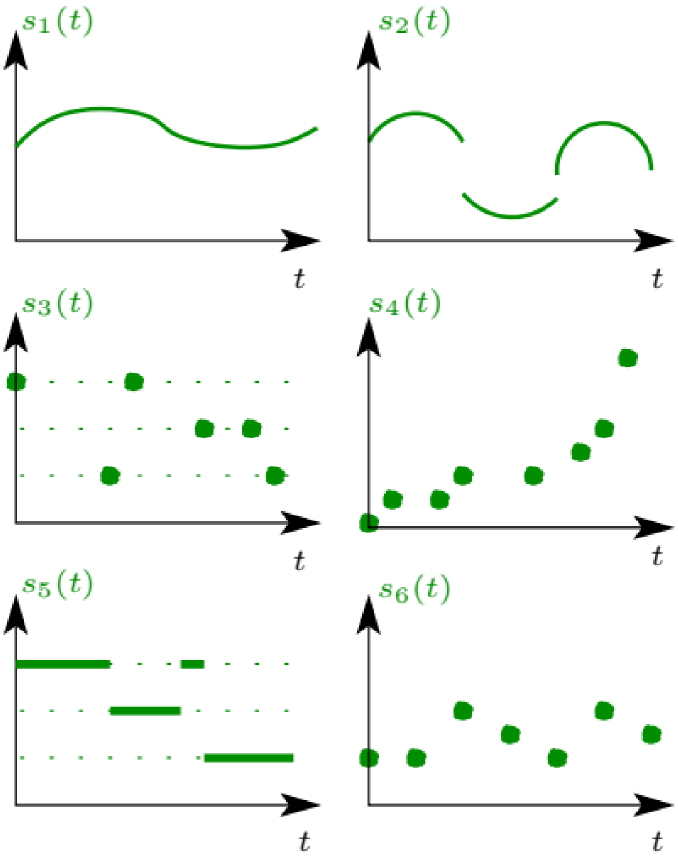


FIGURE 1.1 – Signaux de caractères morphologiques divers

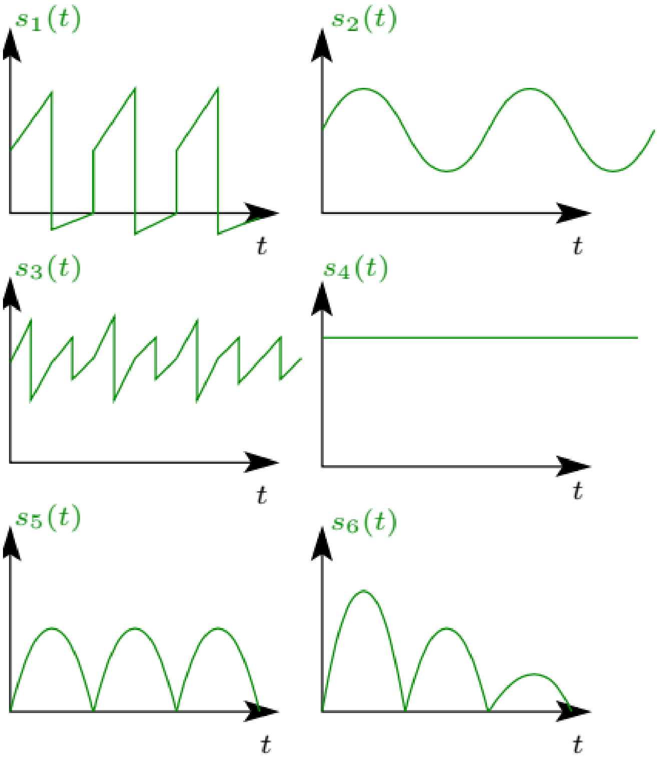


FIGURE 1.2 – Périodiques ou pas ?

Exercice 3 : **Périodicité des signaux**

Soient les six signaux $s_1(t)$ à $s_6(t)$ représentés sur la figure 1.2. On suppose que l'horizon de temps choisi en indique assez sur l'allure du signal.

1. Quels sont les signaux périodiques ?
2. En est-il qui ne soient pas périodiques mais qui présentent une pseudo-période ?

Exercice 4: **Périodicité des signaux**

Déterminer la périodicité des signaux suivants :

$$\boldsymbol{x(t) = 2\cos(20t) + \sin(7t) + 3\cos(9t)}$$

$$\boldsymbol{k(t) = \sin(8\pi t) + \sin(16t)}$$

Exercice 5 : **Parité des signaux**

Considérez le signal $\boldsymbol{y(t) = (1/5)x(-2t-3)}$ représenté sur la figure PI-36.

(a) $\boldsymbol{y(t)}$ a-t-il une partie impaire, $\boldsymbol{y_{imp}(t)}$? Si c'est le cas, déterminez et dessinez soigneusement $\boldsymbol{y_{imp}(t)}$. Sinon, expliquez pourquoi il n'existe aucune partie impaire.

(b) Déterminez et dessinez soigneusement le signal d'origine $\boldsymbol{x(t)}$.

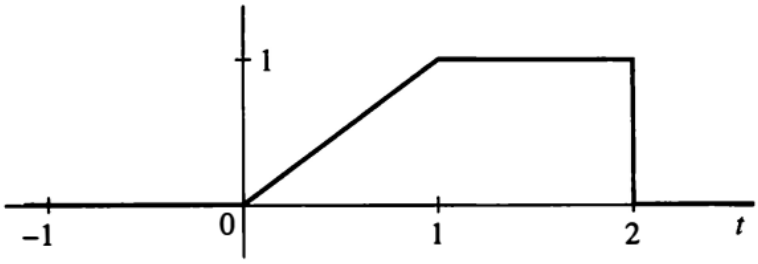


Figure P1-36 $y(t) = \frac{1}{5}x(-2t-3)$.

Exercice 6 : **Expressions causales**

Soit les signaux suivants sur $\mathbb{R}$ par morceaux par :

$$x_1(t) = \begin{cases} 0;\ t \in]-\infty; 1] \\ 1;\ \ t \in]1; 3] \\ -1;\ t \in]3; 6] \\ 1;\ t \in]6; +\infty[\end{cases} \quad \text{et} \quad x_2(t) = \begin{cases} -1 \quad ; t \in]-\infty; 0] \\ 1 \quad ; t \in]2; 5] \\ t+1 \ ; t \in]5; 7] \\ t-1 \ ; t \in]7; 9] \\ t \quad ; t \in]9; +\infty[\end{cases}$$

1. Représenter graphiquement les signaux
2. Déterminer l'expression causale des signaux

Exercice 6 bis : **Expressions par morceaux**

1. Déterminer l'expression par morceaux des signaux suivants :

$$x_1(t) = 2.u(t+3) - (t-1).u(t-1) + 3.u(t-5)$$
$$x_2(t) = -u(t-4) + 2.u(t+1) - t.u(t) + 3.u(t-2) + (t-7).u(t-7)$$

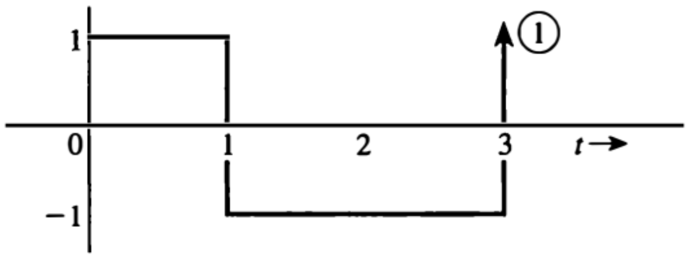
2. Représenter graphiquement ces signaux

Exercice 7 : **Dérivation d'expressions causales**

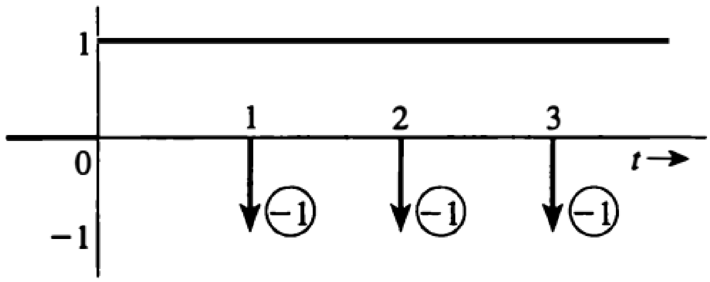
1. Déterminer et représenter les dérivées premières des signaux suivants :

$$x(t) = u(t) - u(t-a), a > 0 \quad y(t) = t[u(t) - u(t-a)], a > 0$$

2. Déterminer et esquisser la primitive des signaux suivants



(a)



(b)

Exercice 8 : **Estimation de la direction d'une source**

Soit une source que l'on peut considérer comme étant à l'infini. Il est possible, à l'aide de deux capteurs $C1$ et $C2$ (cf. fig. 1) d'estimer la direction θ de cette source.

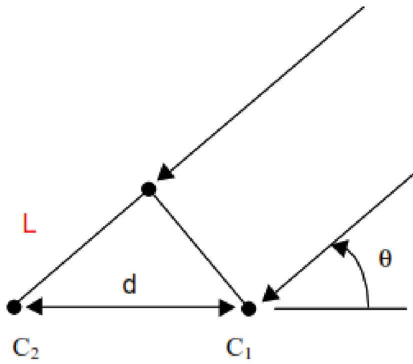


Figure 1

Soient $x_0(t)$ et $x_0(t)$, les 2 signaux reçus par les capteurs $C1$ et $C2$.

On peut considérer que le signal reçu par le capteur $C2$ est identique à celui reçu par le capteur $C1$ mais retardé du temps $t_0$mis par l'onde pour parcourir la différence de trajet L.

1. Trouver la relation qui permet d'exprimer t_0 en fonction de d, V et θ.

Avec :

$$\boldsymbol{d : distance\ entre\ les\ 2\ capteurs\ \ au\ sol}$$
$$\boldsymbol{V : vitesse\ de\ l'onde}$$
$$\boldsymbol{\theta : direction\ de\ la\ source}$$

2. On suppose que la source est un signal $x(t)$ ayant la forme : $x(t) = a \sin(\omega t + b)$

On pose : $x_1(t) = x(t)$ et $x_2(t) = x(t - t_0)$

Calculer la fonction d'intercorrélation $R_{12}(t)$ entre les signaux : $x_1(t)$ et $x_2(t)$.

3. Comment la fonction d'intercorrélation nous permet-elle de déterminer la valeur t_0?
4. En déduire l'expression de la direction de la source pour t_0 donnée.

Exercice 9 : **Variabilité des systèmes**

À partir de votre expérience personnelle, donnez un exemple de :

(a) un système à entrée unique, sortie unique (SISO)

(b) un système à entrées multiples et à sortie unique (MISO)

(c) un système à entrée unique, sorties multiples (SIMO)

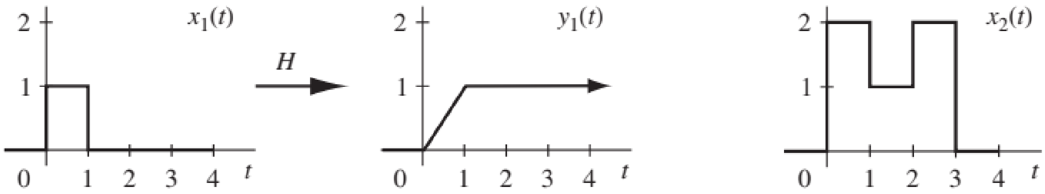
(d) un système à entrées multiples et à sorties multiples (MIMO)

Exercice 10 :

La figure suivante affiche une entrée $x_1(t)$ d'un système linéaire invariant dans le temps (LTI) H, la sortie correspondante $y_1(t)$ et une seconde entrée $x_2(t)$.

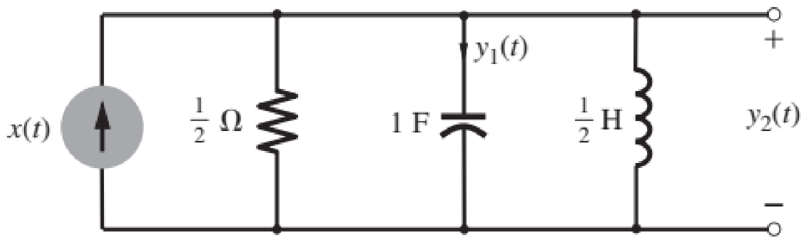
(a) Bill suggère que $\boldsymbol{x_2(t) = 2x_1(3t) - x_1(t-1)}$. Bill a-t-il raison ? Si oui, prouvez-le. Sinon, corrigez son erreur.

(b) Bill veut connaître la sortie $\boldsymbol{y_2(t)}$ en réponse à l'entrée $\boldsymbol{x_2(t)}$. Fournissez-lui une expression pour $\boldsymbol{y_2(t)}$ en fonction de $\boldsymbol{y_1(t)}$. Utilisez MATLAB pour tracer $\boldsymbol{y_2(t)}$



<u>Exercice 11</u> : **Modélisation des systèmes**

Pour le circuit représenté sur la figure suivante, trouvez les équations différentielles reliant les sorties $\boldsymbol{y_1(t)}$ et $\boldsymbol{y_2(t)}$ à l'entrée $\boldsymbol{x(t)}$.



<u>Exercice 12</u> :

Pour les systèmes décrits par les équations suivantes, avec l'entrée $\boldsymbol{x(t)}$ et la sortie $\boldsymbol{y(t)}$, déterminez lesquels des systèmes sont linéaires et lesquels sont non linéaires

(a) $\dfrac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x^2(t)$ (c) $3y(t) + 2 = x(t)$ (e) $\left(\dfrac{dy(t)}{dt}\right)^2 + 2y(t) = x(t)$

(b) $\dfrac{dy(t)}{dt} + 3ty(t) = t^2x(t)$ (d) $\dfrac{dy(t)}{dt} + y^2(t) = x(t)$ (f) $\dfrac{dy(t)}{dt} + (\sin t)y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$

<u>Exercice 13</u> : **Analyse temporelle des SSLIC**

Considérons un système linéaire invariant dans le temps avec une entrée $\boldsymbol{x(t)}$ et une sortie $\boldsymbol{y(t)}$ décrite par l'équation différentielle

$$\boldsymbol{(D+1)(D^2-1)\{y(t)\} = \left(D^5-1\right)\{x(t)\}}$$

De plus, supposons $\boldsymbol{y(0) = y'(0) = y''(0) = 1}$.

a) Quel est l'ordre de ce système ?
b) Quelles sont les racines caractéristiques de ce système ?
c) Déterminer la réponse libre $\boldsymbol{y_0(t)}$. Simplifiez votre réponse.
d) Déterminer la réponse impulsionnelle du système.
e) Déterminer de deux manière différentes la réponse complète du système au signal d'entrée $\boldsymbol{x(t) = 2u(t)}$.

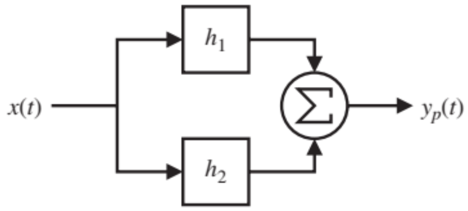
Exercice 14 :

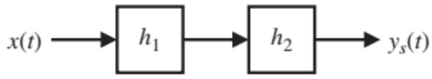
Deux systèmes LTIC ont des fonctions de réponse impulsionnelle données par $\boldsymbol{h_1(t) = (1-t)[u(t) - u(t-1)]}$ et $\boldsymbol{h_2(t) = t[u(t+2) - u(t-2)]}$.

(a) Esquissez soigneusement les fonctions $\boldsymbol{h_1(t)}$ et $\boldsymbol{h_2(t)}$.

(b) Supposons que les deux systèmes sont connectés en parallèle, comme illustré à la figure en bas à gauche. Tracez soigneusement la fonction de réponse impulsionnelle équivalente, $\boldsymbol{h_p(t)}$.

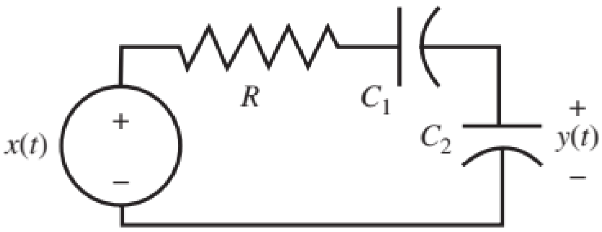
(c) Supposons que les deux systèmes sont connectés en cascade, comme illustré à la figure en bas à droite. Tracez soigneusement la fonction de réponse impulsionnelle équivalente, $\boldsymbol{h_2(t)}$.





Exercice 15 :

Considérez le circuit électrique illustré à la Figure suivante :



(a) Déterminer le modèle de ce système. Déduire son ordre.

(b) Déterminer la sortie $\boldsymbol{y(t)}$ en réponse à l'entrée $\boldsymbol{x(t) = te^{-3t/2}u(t)}$. Supposons que les valeurs des composants de $\boldsymbol{R = 1}$, $\boldsymbol{C1 = 1\ F, et\ C2 = 2\ F}$, et des tensions de condensateur initiales de $\boldsymbol{VC1 = 2\ V\ et\ VC2 = 1\ V}$.