Université Félix Houphouët Boigny de Cocody-Abidjan Année universitaire 2019-2020

UFR des Sciences Economiques et de Gestion (UFR-SEG)

Microéconomie : Licence 2-A, B et FIP 2
Travaux Dirigés fiche 3
Thème : Le risque et l'incertain
I) Questions théoriques

1) Définir le risque et l'incertitude

2) Distinguez entre *probabilité objective* et *probabilité subjective*.

3) La variance seule permet-elle de comparer le caractère risqué de 2 variables aléatoires $\tilde{x}_1$ et $\tilde{x}_2$?
Si non quelles (s) conditions supplémentaires faut-il adjoindre à la précédente?

4) Quelle différence faites-vous entre le Risque Moral et la Sélection Adverse, dans le modèle de l'Assurance ?
Comment liez-vous vous ces notions à celles de « Action Cachée » et « Information Cachée » ! Commentez !

II Exercice d'application

Exercice 1

La fonction d'utilité de consommation du consommateur avec un horizon de deux périodes est U = $C_1 C_2^{3/5}$; son revenu est R1 =1 000, R2 = 648, le taux d'intérêt du marché est de 8%

On désigne par :

C_i : le montant de consommation en période t_i, (i= 1,2)
Ri : le revenu du consommateur à la période t_i (i= 1,2)
r. : le taux d'intérêt annuel.

1. Calculez le taux marginal de substitution intertemporel. Commentez.
2. Déterminer les valeurs C_1 et C_2 qui maximisent son utilité.
3. A ce taux d'intérêt nominal le consommateur est-il prêteur ou emprunteur?
4. Pour quels taux ce consommateur est-il emprunteur?
5. Pour quels taux d'intérêt est-il prêteur?

Exercice 2

On considère un agent qui doit arbitrer entre deux loteries. Loterie L1 est composée de la façon suivante :

L1= ((0, 0,5) ;(50, 0,5))

Cette loterie est telle que le consommateur a une probabilité de ½ de ne rien gagner, et une probabilité de 1/2 de gagner 50. Si cet agent joue à la loterie L2, la probabilité de ne rien gagner est de 0,7 tandis que la probabilité de gagner 100 est de 0,3.

$L2 = ((0, 0{,}7) ; (100, 0{,}3))$

L’utilité qu’un agent retire d’un gain est de la forme $u(x) = x^{1/2}$

1. **Le critère d’espérance de gain**

1.1 Calculez l’espérance de gain de chaque loterie. A quelle condition chacune de ces loteries est-elle juste.

1.2 Si le consommateur utilise le critère d’espérance de gain, quelle loterie va-t-il choisir ?

2. Le critère de l’espérance d’utilité

2.1 Calculez l’espérance d’utilité de chaque loterie

2.2 Quelle loterie ce consommateur va-t-il choisir si son critère de décision est l’espérance d’utilité? Comparez votre résultat à celui de la question 1.2. vous soulignerez alors l’importance de l’aversion au risque de cet agent.

3 Calcul de la prime de risque

3 Supposons que ce consommateur raisonne sur la base de son espérance d’utilité.

3.1 Calculez l’équivalent certain de chaque loterie

3.2 Déduisez de la question précédente la prime de risque des deux loteries

----

Université Félix Houphouët Boigny de Cocody-Abidjan Année universitaire 2019-2020

UFR des Sciences Economiques et de Gestion (UFR-SEG)

Licence 2

Microéconomie

Éléments de corrigé de la fiche de TD N°4

I) QUESTIONS THEORIQUES

1)

Certaines personnes font une distinction entre incertitude et risque à partir des suggestions faites il y a soixante ans par l'économiste Franck Knight. L'*incertitude* fait référence à des situations pour lesquelles plusieurs issues sont possibles mais où la probabilité de chacune n'est pas connue. Le *risque* fait alors référence aux situations pour lesquelles nous pouvons établir la liste de toutes les issues possibles et dont nous connaissons la probabilité de chaque réalisation.

2) Une probabilité objective dépend de la fréquence avec laquelle certains événements tendent à se réaliser. Une probabilité objective est fondée sur la fréquence des expériences similaires. (**2 points**) On s'appuie sur une probabilité subjective en l'absence d'expériences passées pour aider à la mesure des probabilités. Une probabilité subjective est la perception qu'un événement se réalisera. Comme ces perceptions sont différentes d'une personne à une autre, des individus différents peuvent attribuer des probabilités différentes à des événements différents et peuvent ainsi faire des choix différents. **(2 points**

3)La variance seule permet-elle de comparer le caractère risqué de 2 variables aléatoires $\tilde{x}_1$ et $\tilde{x}_2$?

Si non quelles (s) conditions supplémentaires faut-il adjoindre à la précédente?

Non, en prenant l'exemple vu au TD, on a montré que

$E(x1) = 0,80(1) + 0,20(100) = 0,8+20= 20,8$

$E(x_2) = 0,99(10) + 0,01(1090) = 9,90+ 10,90= 20,8$

$E(x_1) = E(x_2)$

$Var(x_1) = 0,80(1-20,8)^2 + 0,20(100-20,8)^2 = 0+ 0,2 (90)^2 = 1568,16$

$Va(x_2) = 0,99(10-20,8)^2 + 0,01(1090-20,8)^2=115,4736 + 11431,8864= 11547,36$

$Var(x_1) < Var(x_2)$. <u>(1 point</u>)

$E(\log_{10}(x_1) = 0,80\log_{10}(1) + 0,20\log_{10}(100) = 0 + 0,20(2) = 0,4$

$E(\log_{10}(x_2)) = 0,99\log_{10}(10) + 0,01\log_{10}(1090)=$

$0,99 + 0,1\log_{10}(1090) = 0,99 + 0,03= 1,02$

$E(\log_{10}(x_1)) < E(\log_{10}(x_2))$
Malgré $Var(x_1) < Var(x_2)$, l'utilité espérée de x_1 est inférieure à celle de x_2 pour l'individu riscophobe. La variance est donc insuffisante pour comparaison ou appréciation du risque d'une distribution.

La condition supplémentaire à adjoindre à la précédente pour la comparaison des risques est l'égalité des moyennes des variables aléatoires.

4)

Quelle différence faites-vous entre le Risque Moral et la Sélection Adverse, dans le modèle de l'Assurance ?
Comment liez-vous vous ces notions à celles de « Action Cachée » et « Information Cachée » ! Commentez !

Le risque moral ou hasard moral a trait à des situations où un côté du marché ne peut pas observer le comportement de l'autre côté. C'est pour cette raison qu'on parle dans ce cas de « Action Cachée »
Exemple : la négligence des assurés qui explique un accident de circulation et qui porte préjudice à la compagnie d'assurance

La sélection adverse a trait à des situations où un côté du marché ne peut pas observer le type ou la qualité des biens situés de l'autre côté. C'est pour cette raison qu'on parle dans ce cas de « Information Cachée » .
Exemple : les vendeurs de véhicules d'occasion sont les seuls à connaître la qualité des véhicules qu'ils vendent par rapport aux acheteurs.

Exercice 1

1. Le taux marginal de substitution intertemporel indique la proportion dans laquelle les préférences du consommateur le conduisent à réaliser des transferts de consommation d'une période à l'autre. Plus précisément, il indique, par exemple la quantité de bien que le consommateur exige d'obtenir en seconde période pour s'estimer dédommagé de la renonciation à la consommation d'une unité de bien à la première période.
Algébriquement, ce taux se présente comme le rapport des utilités marginales des consommations aux deux périodes :

$$-\frac{dC_2}{dC_1} = \frac{Um_1}{Um_2}$$

Application numérique

$$-\frac{dC_2}{dC_1} = \frac{C_2^{3/5}}{\frac{3C_1 C_2^{-2/5}}{5}} = \frac{5C_2}{3C_1}$$

Commentaire : le taux calculé est positif ou nul pour les valeurs pertinentes de C1. Les deux consommations sont donc substituables. Ou encore, la dérivée en un point d'une courbe d'indifférence de ce consommateur est négative ou nulle ; ces courbes sont donc bien décroissantes. **(1 point)**

2. La contrainte budgétaire intertemporelle s'écrit comme suit : **(1 point)**

$$C_1 + \frac{C_2}{(1+i)} = R_1 + \frac{R_2}{(1+i)}$$

Ou si l'on préfère

$$C_2 = R_1(1+i) + R_2 - (1+i)C_1$$

A l'optimum du consommateur la dérivée de la contrainte budgétaire ainsi réécrite et la dérivée de la courbe d'indifférence pertinente (c'est-à-dire encore l'opposé du taux marginal de substitution) sont égales. Il vient donc

$$-\frac{5C_2}{3C_1} = -(1+i) \quad \text{d'où } C_1 = \frac{5C_2}{3(1+i)}$$

Les calculs conduisent aux résultats suivants :

$$C_1^* = \frac{5(R_1(1+i) + R_2)}{8(1+i)}$$

$$C_2^* = \frac{3(R_1(1+i) + R_2)}{8}$$

NB : ces résultats peuvent aussi être obtenus en utilisant le Lagrangien

$$C_1^* = \frac{5(1000(1+0{,}08) + 648)}{8(1+0{,}08)} = \frac{8640}{8{,}64} = 1000$$

$$C_2^* = \frac{3(1000(1+0{,}8) + 648)}{8} = 648$$

3.A ce taux d'intérêt le consommateur n'est ni prêteur ni emprunteur **(1 point);**

4. Pour $0\% \leq$ taux d'intérêt <8% le consommateur est emprunteur. **(1 point);**

5. Pour les taux d'intérêt > 8% le consommateur est prêteur **(1 point);**

<u>Exercice 2</u>

1.1 Le critère de l'espérance de gain

1.1- L'espérance de gain de a loterie L1 est obtenu de la façon suivante :

E(L1)= 0.0,5+50.0,5 =25

Cette loterie est «juste» si un consommateur peut espérer en moyenne gagner sa mise initiale. Cela signifie que le prix pour participer à cette loterie doit être égal à 25

L'espérance de gain de a loterie L2 est fournie par :

E(L2)= 0.0,7+100.0,3 =30

Cette loterie est «juste» si un consommateur peut espérer en moyenne gagner sa mise initiale. Cela signifie que le prix pour participer à cette loterie doit être égal à 30

1.2 Si le consommateur utilise le critère d'espérance de gain pour classer les loteries, il va préférer la loterie L2 a la loterie L1 car son espérance de gain est plus élevée.

2. Le critère d'espérance d'utilité

2.1 L'espérance d'utilité de la loterie L_1 s'écrit :

$Eu(L_1)$ =0,5u(0) + 0,5u(50)= $0,5.0^{1/2}+0,5.50^{1/2}=3,54$

L'espérance d'utilité pour la loterie L_2 est fournie par :

$Eu(L_2)$ =0,7u(0) + 0,3u(100)= $0,7.0^{1/2}+0,3.100^{1/2}=3$

2.2. Puisque l'espérance d'utilité de la loterie L1 est plus élevée que celle de la loterie L2

$Eu(L_1) > Eu(L_2)$ le consommateur préférera la première loterie à la seconde

Pa conséquent, le critère d'espérance d'utilité et le critère d'espérance de gain conduisent à des choix différents. En effet le critère de l'espérance de gain n'intègre pas l'aversion au risque du consommateur pourtant manifeste compte tenu de la concavité de sa fonction d'utilité.

Or, puisque la loterie L2 est plus risquée que la loterie L1, si le consommateur utilise le critère de l'espérance d'utilité, il choisira la loterie la plus sûre, ie L1

[NB : la fonction f(x) = x1/2 est une fonction croissante et concave : $f'(X) = ½(X^{-1/2}) > 0$ et $f''(X) = -1/4(X^{-3/2}) < 0$]

3 Calcul de la prime de risque

3.1 L'équivalent certain est défini comme la somme certaine qui procure au consommateur le même niveau de satisfaction que la loterie risquée

-L'équivalent certain de la loterie L1 (noté $\tilde{x}_1$) s'écrit :

$U(\tilde{x}_1)$= Eu(L1)

Soit encore $(\tilde{x}_1)^{1/2} = 0,5.50^{1/2}$

Ce qui nous donne $\tilde{x}_1=12,5$

-L'équivalent certain de la loterie L_2 (noté $\tilde{x}_2$) s'écrit :

$U(\tilde{x}_2) = Eu(L_2)$

Soit encore $(\tilde{x}_2)^{1/2} = 0,3.100^{1/2}$

Ce qui nous donne $\tilde{x}_2= 9$

3.2 La prime de risque mesure le montant maximum que sont disposé à payer les consommateurs pour se prémunir contre le risque d'une loterie. Il est calculé comme la différence entre l'espérance de gain et l'équivalent certain

-Calcul de la prime de risque de la loterie L_1 (noté P_1) :
$P_1 = E(L_1) - \tilde{x}_1 = 25 - 12,5 = 12,5$
-Calcul de la prime de risque de la loterie L_2 (noté P_2) :
$P_2 = E(L_2) - \tilde{x}_2 = 30 - 9 = 21$