

Série N° 1 probabilités

Exercice 1

Un site de vente en ligne met en vente 2 types de produits (Q) et (R).

Une étude statistique a donné les résultats suivants :

- 40% des visiteurs de ce site ont acheté le produit (Q).
- 50% des visiteurs de ce site ont acheté le produit (R).
- Parmi ceux qui ont acheté le produit (R), 20% ont acheté aussi le produit (Q).

On choisit au hasard un visiteur de ce site et on note :

A : l'événement « le visiteur choisi a acheté le produit (Q) »,

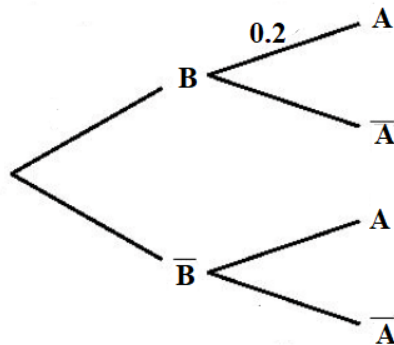
B : l'événement « le visiteur choisi a acheté le produit (R) ».

On note également $\bar{A}$ et $\bar{B}$ les événements contraires respectifs de A et B .

1. (a) Donner $p(A)$ et $p(B)$.
- (b) Vérifier que $p(A \cap B) = 0,1$.
- (c) Quelle est la probabilité que le visiteur choisi ait acheté le produit (R) sachant qu'il a acheté le produit (Q) ?
2. (a) Vérifier que :

$$p(A | \bar{B}) = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{1 - p(B)}$$

- (b) Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



3. On choisit au hasard 5 visiteurs de ce site et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de ceux qui n'ont acheté aucun des produits (Q) et (R).

On admet que le nombre de visiteurs est suffisamment grand pour que l'on puisse considérer que X suit une loi binomiale.

- (a) Déterminer les paramètres de X .
- (b) Montrer que $P(X = 2) = 0,2048$.

Exercice 2

Une petite entreprise commercialise des tapis et des lustres.

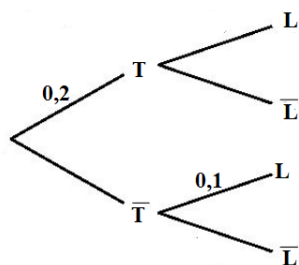
Un client quelconque se présente, il achète au plus un tapis et un lustre.

- la probabilité pour que ce client achète un tapis est 0,2,
- la probabilité pour que ce client achète un lustre sachant qu'il a acheté un tapis est 0,7,
- la probabilité pour que ce client achète un lustre sachant qu'il n'a pas acheté un tapis est 0,1.

On note par : T l'évènement « le client achète un tapis »

L l'évènement « le client achète un lustre ».

1. a) Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



- b) Calculer la probabilité de l'évènement $T \cap L$.
 - c) Montrer que la probabilité de l'évènement L est égale à 0,22.
 - d) Calculer la probabilité pour que le client achète un tapis ou un lustre.
2. Le prix d'un tapis est 150 dinars et celui d'un lustre est 50 dinars.

Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur la dépense d'un client.

- a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X :

x_i : Dépense (en dinars)	0	50	150	200
P_i : probabilité				

- b) Calculer l'espérance mathématique de X et donner une interprétation de la valeur ainsi trouvée.

Exercice 3

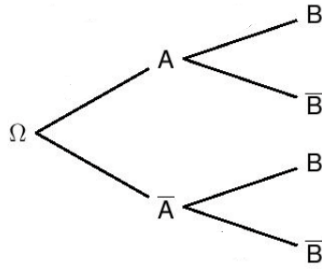
Une entreprise fabrique une marque bien déterminée de téléphones portables avec ou sans les options A et B. Une étude statistique visant ces deux options montre que :

- 50 % des téléphones présentent l'option **A**.
- 60 % des téléphones présentent l'option **B**.
- 20 % des téléphones présentent à la fois les deux options **A** et **B**.

On choisit au hasard un téléphone portable.

On considère les événements suivants : A : « Le téléphone choisi présente l'option A » B : « Le téléphone choisi présente l'option B »

1. (a) Donner $\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(B)$ et $\mathbb{P}(A \cap B)$.
- (b) Dédire que $\mathbb{P}(B/A) = 0,4$.
2. (a) Définir l'évènement $B \cap \bar{A}$, puis montrer que $\mathbb{P}(B \cap \bar{A}) = 0,4$.
- (b) Calculer alors $\mathbb{P}(B/\bar{A})$.
3. Recopier et compléter l'arbre de probabilité associé à cette situation.



4. Le coût de revient d'un portable est de **250 dinars** s'il ne présente aucune des options **A** et **B**.

Il coûte à l'entreprise :

- 40 dinars de plus, si on lui ajoute seulement l'option **A**.
- 60 dinars de plus, si on lui ajoute seulement l'option **B**.
- 90 dinars de plus, si on lui ajoute les deux options **A** et **B**.

La vente d'un portable rapporte à l'entreprise un bénéfice de 20 % de son coût de revient total.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque portable vendu associe le bénéfice en dinars réalisé.

- (a) Justifier que les valeurs prises par X sont 50 ; 58 ; 62 et 68.
- (b) Déterminer la loi de probabilité de X .
- (c) Estimer en dinars, le bénéfice moyen réalisé pour la vente de 1000 téléphones portables.

Exercice 4

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 et d'une pièce de monnaie.

- L'urne U_1 contient 3 boules blanches et 2 boules rouges.
- L'urne U_2 contient 1 boule blanche et 4 boules rouges.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

La pièce de monnaie est truquée de façon que lorsqu'elle est lancée, la probabilité d'obtenir « face » est égale à $\frac{3}{4}$.

On considère l'épreuve suivante : On lance la pièce de monnaie

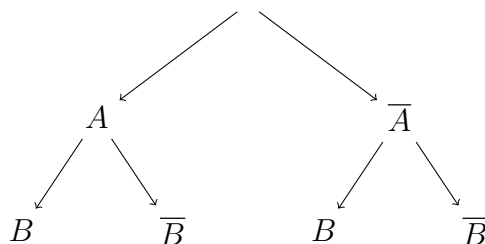
- Si on obtient « pile », on tire une boule de l'urne U_1 ,
- Si on obtient « face », on tire une boule de l'urne U_2 .

On désigne par A et B les événements suivants :

- A : Obtenir pile.
- B : Obtenir une boule blanche.

1. (a) Calculer $\mathbb{P}(A)$.

- (b) Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant décrivant la situation :



2. (a) Montrer que $\mathbb{P}(B) = \frac{3}{10}$.

(b) Quelle est la probabilité d'obtenir pile, sachant que la boule tirée est blanche ?

3. On répète l'épreuve précédente 5 fois de suite, en remettant à chaque fois, la boule tirée dans son urne d'origine. On pose X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre d'épreuves donnant une boule blanche.

(a) Calculer la probabilité de l'évènement ($X=4$)

(b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X

Exercice 5

On dispose de deux dés cubiques équilibrés D_1 et D_2 .

— Les faces de D_1 sont numérotées : 0, 1, 1, 1, 1, 1.

— Les faces de D_2 sont numérotées : 0, 0, 1, 1, 1, 1.

On dispose également d'une urne contenant quatre boules numérotées : 0, 2, 2, 3.

On lance les deux dés une seule fois.

Soit y le produit des nombres inscrits sur les faces supérieures des deux dés.

— Si y est nul, on tire simultanément 2 boules de l'urne.

— Si y est non nul, on tire successivement et avec remise 2 boules de l'urne.

Soient les événements :

— A : « le produit y est nul »,

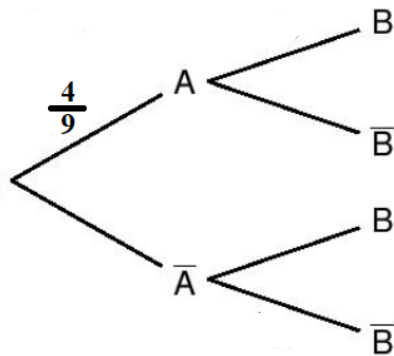
— B : « les deux boules tirées portent le numéro 2 ».

1. (a) Montrer que $p(A) = \frac{4}{9}$.

(b) Montrer que $p(B | A) = \frac{1}{6}$.

(c) Montrer que $p(B | \bar{A}) = \frac{1}{4}$.

2. (a) Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



(b) En déduire $p(B)$.

(c) Calculer alors $p(A | B)$.