

Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2017/2018

Liste 4 de TD d'Algèbre MI

Chapitre 2: Partie2: **Images directe / réciproque - composition** (\circ)

Exercice 1: On considère la fonction \sin de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Quelle est l'image directe, par \sin , de \mathbb{R} ?, de $[0, 2\pi]$?, de $[0, \frac{\pi}{2}]$?
 Quelle est l'image réciproque, par \sin , de $[0, 1]$?, de $[3, 4]$? et de $[1, 2]$?

Exercice 2: Déterminer deux fonctions u et v telles que $h_i = u \circ v$, $i = 1, 2, 3$:
 $h_1(x) = \sqrt{3x-1}$, $h_2(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$, $h_3(x) = \frac{1}{x+7}$

Exercice 3: Soit $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Déterminer $f \circ f \circ \dots \circ f(x)$ (où f apparaît n fois) en fonction de n et de x .

Exercice 4: Soit E, F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$. Soit $A \subset E$ et $B \subset F$.
 Démontrer l'équivalence:
 $f(A) \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \cap f^{-1}(B) = \emptyset$.

Exercice 5: Soit $f : E \rightarrow F$ une application. *Montrer:*
 a) $\forall A, B$ des parties de E $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ et $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$.
 b) (supp) $\forall A, B$ des parties de E $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$ et $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$.

Exercice 6: (supp) Soit $f : E \rightarrow F$ une application. Etablir:
 $\forall A \in P(E); A \subset f^{-1}(f(A))$ et $\forall B \in P(F); f(f^{-1}(B)) \subset B$.
 $P(E)$ et $P(F)$ sont les ensembles de parties de E et de F respectivement.