

E.M.D d'ANALYSE 1**Exercice 1 : (6 points)**

- I- Calculer la limite: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} E(x)$.
- II- Soit $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue et admettant une limite finie l quand $x \rightarrow +\infty$.
1. Ecrivez la définition mathématique de cette limite.
 2. En fixant $\varepsilon = 1$ dans cette définition, montrer que f est bornée sur \mathbb{R}^+ .
 3. La fonction f atteint-elle ses bornes?

Exercice 2 : (4 points)

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0,1[$ par:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } x = 0 \\ x + \frac{x \ln x}{1-x} & , \text{ si } 0 < x < 1 \\ 0 & , \text{ si } x = 1 \end{cases}$$

1. Montrer que f est continue sur l'intervalle $[0,1]$.
2. Démontrer que: $\exists c \in]0,1[: f'(c) = 0$.

Exercice 3 : (4.5 points)

1. Ecrivez le théorème des accroissements finis pour la fonction: $f(x) = \arctan(x)$ sur l'intervalle $[a, b]$.
2. Démontrez l'inégalité suivante:

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, 0 \leq a < b : \frac{b-a}{1+b^2} < \arctan(b) - \arctan(a) < \frac{b-a}{1+a^2}$$

3. En déduire alors que: $\forall x > 0: \frac{x}{1+x^2} < \arctan(x) < x$.

Exercice 4 : (5.5 points)

1. Démontrer la relation: $ch^2(x) - sh^2(x) = 1$
2. Démontrer la relation : $\arcsin(x) + \arccos(x) = \frac{\pi}{2}$

Bon courage