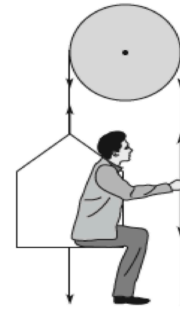


Module de Mécanique du Point Matériel
 Série N° 3
 Filières SMA

Exercice 1 : Peintre de façade de bâtiment

Un peintre en bâtiment de masse $M = 90\text{Kg}$ est assis sur une chaise, de masse $m = 15\text{kg}$, suspendue à une corde inextensible reliée à une poulie parfaite^a, voir figure ci-contre. Le peintre exerce une force de 680N sur la corde pour faire monter la chaise le long de la façade du bâtiment.



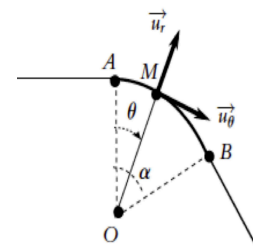
a. Les tensions de la corde de part et d'autre de la poulie sont égales en module.

On considère le système (S) formé par le peintre et la chaise et que l'on peut considérer comme un point matériel de masse $M + m$. Le mouvement a lieu dans le plan Oxz et Oz est la verticale ascendante.

1. Déterminer l'accélération du système (S). Commenter son signe.
2. Quelle force exerce le peintre sur la chaise ?
3. Quelle quantité de peinture peut-il faire monter sur la chaise avec lui ?

Exercice 2 : Décollage d'un véhicule

Une voiture assimilée à un point matériel M de masse $m = 1000\text{kg}$ commence une descente en A à la vitesse $v_A = 125\text{ km h}^{-1}$, voir figure ci-contre. La forme de la descente de A à B est un arc de cercle de rayon $R = 130\text{ m}$ et d'angle d'ouverture $\alpha = 15^\circ$.

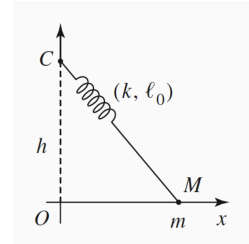


On suppose que la force motrice de la voiture est constante et tangente à la route tout au long de la descente et de valeur algébrique \overline{F} . Elle est positive lors d'une accélération et négative dans le cas d'un freinage. On néglige les frottements sur la route.

1. Etablir les équations de mouvement de $M(R, \theta)$ dans la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.
2. Intégrer l'équation du mouvement selon \vec{u}_θ .
3. Déterminer l'expression de la réaction normale R_n en fonction de R, θ, g, m, v_A et \overline{F} .
4.
 - a- Déterminer l'expression de θ_d pour lequel la voiture quitterait le sol.
 - b- Calculer cet angle dans le cas où le conducteur coupe le moteur en A . Conclusion.
 - c- Calculer la valeur de \overline{F} pour que la voiture arrive en B sans problème.

Exercice 3 : Un oscillateur anharmonique

On dispose d'un ressort élastique de raideur k , de longueur au repos l_0 et de masse négligeable. L'une des extrémités de ce ressort est reliée à un point C et l'autre à un anneau de masse m , couissant sans frottement sur un axe Ox , voir figure ci-contre. La hauteur h au point C peut être réglée à volonté.



- Que peut-on prévoir, sans faire le calcul, concernant le comportement du système pour les cas :
 - $l_0 < h$?
 - $l_0 > h$?
- Exprimer l'énergie potentielle E_p en fonction de $u = h/l_0$ et $X = x/l_0$. Tracer le graphique pour les cas $u < 1$, $u = 1$ et $u > 1$. Confirmer le raisonnement utilisé dans la question précédente par le graphique.

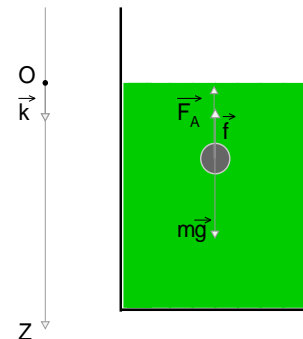
Exercice 4 : Interaction entre particules chargées

On considère deux particules A (fixe) et B (mobile) de charges respectives q_A et q_B . On rappelle que la force de Coulomb est $\vec{F}_{B/A} = \frac{q_A q_B}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|^3}$. On néglige les poids des deux particules devant la force de Coulomb.

- Déterminer l'énergie potentielle dont dérive la force $\vec{F}_{B/A}$.
- On suppose que $q_A = q_B = q$. On lance B vers A avec la vitesse v_0 . A quelle distance minimale B s'approche-t-elle de A ?
- On suppose $q_A = -q_B = q$. Quelle vitesse minimale faut-il donner à B pour qu'elle puisse s'échapper à l'infini.

Exercice 5

Une bille sphérique de rayon a et de masse volumique ρ_B tombe dans un tube vertical contenant un liquide de masse volumique ρ_L . En raison de la viscosité du liquide, la bille est freinée par l'action d'une force de frottement visqueux dont l'expression est donnée par la loi $\vec{f} = -6a\pi\eta\vec{v}$, dite loi de Stokes. η est appelée la viscosité du liquide. On note par \vec{F}_A la force due à l'action de la poussée d'Archimède sur la bille.



- Préciser les forces appliquées sur la bille.
- Etablir l'équation différentielle du mouvement¹ et montrer que le module de la vitesse varie selon l'équation différentielle suivante

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \kappa \quad \text{en explicitant } \tau \text{ et } \kappa \text{ en fonction de } \rho_B, \rho_L, a, \eta \text{ et } g.$$

Identifier les unités de η , de τ et de κ ?

- Résoudre l'équation, sachant que la vitesse initiale et la position initiale sont nulles, en distinguant les régimes par lesquels la vitesse passe.²
- Calculer la vitesse limite v_l .

Application numérique : Cas d'un grain de poussière d'un diamètre d'environ 10^{-2} mm et de masse volumique $\rho_B = 2 \text{ gcm}^{-3}$ tombant dans l'air dont la viscosité est $\eta = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ S.I.}$. La masse volumique de l'air est négligée devant celle du grain de la poussière. On prend $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$.

1. Indications : Définir un repère approprié, calculer la vitesse et l'accélération ensuite exprimer les forces dans ce repère
 2. On distingue deux régimes de la vitesse :
 — le régime transitoire est le régime pendant lequel la vitesse varie avec le temps ;
 — le régime permanent est le régime pendant lequel la vitesse est constante.
 La vitesse du régime permanent est appelée la vitesse limite $v_l = \lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$.