

Module de physique - Mécanique du Point Matériel
Filière S1 SMA - Série N° 3

Exercice 1 : Référentiel non galiléen

Considérons un point matériel, au repos par rapport à la surface terrestre, de masse m suspendu à une altitude h à la latitude λ et à la longitude φ .

Le référentiel absolu est le référentiel géocentrique $\mathcal{R}_0(O, X_0Y_0Z_0)$, considéré comme galiléen, et le référentiel relatif est le référentiel terrestre lié à la terre $\mathcal{R}_1(O, X_1Y_1Z_1)$, référentiel du laboratoire, en rotation uniforme par rapport à \mathcal{R}_0 avec le vecteur rotation $\vec{\Omega}(\mathcal{R}_1/\mathcal{R}_0) = \omega \vec{k}_0$.

1. Rappeler l'expression de la force d'attraction gravitationnelle \vec{F}_g que la terre exerce sur m en fonction de g_0 , m , R_T et h .
Dans la suite, on néglige h devant R_T .
2. Calculer les forces d'inerties associées au mouvement relatif de \mathcal{R}_1 par rapport à \mathcal{R} .
3. Appliquer le PFD à m dans \mathcal{R}_1 et montrer que l'on peut le mettre sous la forme $\vec{T} + m\vec{g} = \vec{0}$ en précisant $g = f(g_0, R_T, \lambda, \omega)$.

Application numérique : Calculer la déviation $(g - g_0)/g_0$ à Casablanca : latitude $\lambda = 33^\circ 34'$ et longitude $\varphi = 7^\circ 36'$. Conclure.

On donne $K_G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2 \text{Kg}^{-2}$: la constante gravitationnelle, $R_T = 6.4 \cdot 10^3 \text{km}$: le rayon moyen de la terre et $M_T = 6.0 \cdot 10^{24} \text{Kg}$, $\omega = 7.27 \cdot 10^{-5} \text{rd/s}$, $g_0 = K_G M_T / R_T^2$.

Exercice 2 : Forces de frottement solide

Un automobiliste roule à une vitesse de $V = 70 \text{kmh}^{-1}$ et il a freiné. A quelle distance d va-t-il s'arrêter ?

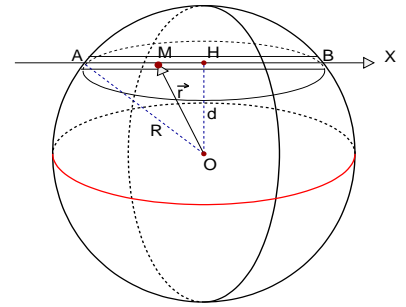
On donne la masse totale de la voiture $M = 2000 \text{Kg}$ et $k_d = 0.6$ le coefficient de frottement dynamique des pneus.

Exercice 3 : Tunnel traversant la Terre

Considérons un point matériel situé à l'intérieur de la terre à une distance r de son centre.

1. Montrer que l'attraction gravitationnelle peut se mettre sous la forme $\vec{F} = -mg_0 \frac{r}{R_T} \vec{e}_r$. En déduire l'énergie potentielle E_p dont dérive \vec{F} . On prend $E_p(r = 0) = 0$.

Soit un tunnel rectiligne AB ne traversant pas O et muni de l'axe HX , voir figure ci-contre. On note $OH = d$. Un véhicule assimilé à un point matériel de masse m glisse sans frottement dans le tunnel. Il part du point A de la surface terrestre sans vitesse initiale. On repère la position du véhicule dans le tunnel par $\vec{OM} = \vec{OH} + \vec{HM} = d \vec{k}_0 + \vec{x}$.



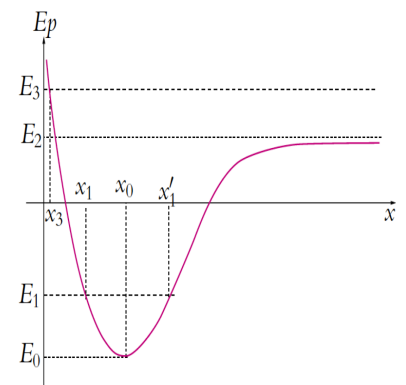
2. Calculer la vitesse du véhicule. En déduire son énergie cinétique.
3. Calculer l'énergie mécanique E_m et montrer qu'elle est constante. Quelle est sa valeur ?
4. Calculer la vitesse maximale du véhicule ?
5. En utilisant le théorème de l'énergie mécanique, établir l'équation différentielle. Résoudre l'équation et montrer que l'équation horaire est donnée par

$$x(t) = -\sqrt{R_T^2 - d^2} \cos \sqrt{\left(\omega^2 + \frac{g_0}{R_T}\right)t}.$$

Exercice 4 : Etats liés et états libres

Un point matériel M est assujéti à se déplacer le long de l'axe (Ox) d'un référentiel galiléen. Il est soumis à un champ de force conservative dérivant de l'énergie potentielle $E_p(x)$ dont l'allure des variations en fonction de x est donnée par la figure ci-contre.

1. Décrire la nature du mouvement de M en prenant l'énergie mécanique du système E_m comme paramètre.
2. Que peut-on dire du mouvement de M lorsque $E_m = E_0$?
Indication : faire un développement limité à l'ordre 2 au voisinage de x_0 . On pose $k = d^2 E_p(x)/dx^2|_{x=x_0}$.



Exercice 5 : Théorèmes généraux

Un point matériel M de masse m est astreint à glisser sans frottement sur un cerceau vertical de rayon R et de centre O . M est lié au point A par un ressort de constante de raideur k et de longueur au repos négligeable, voir figure ci-contre.

1. Etablir l'équation du mouvement de M en utilisant : le PFD, le théorème du moment cinétique et le théorème de l'énergie mécanique.
2. Discuter l'existence des positions d'équilibre, leur stabilité et dans l'affirmative la période des petites oscillations au voisinage de l'équilibre.

