

DEVOIR D'ÉLECTRICITE (MAI 2025)

Durée 2H

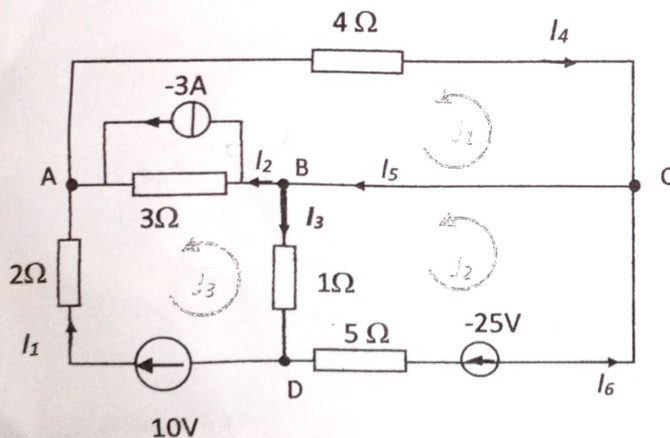
Exercice 1(ÉLECTROSTATIQUE) : 10 points

Une sphère (S) de rayon $R=2\text{ cm}$ et de centre O porte une charge totale $Q \geq 0$ distribuée uniformément en volume. On notera que tout point M de l'espace est repéré par le vecteur et que le potentiel électrique créé par (S) est nul à l'infini : $\vec{OM} = \vec{r} = r\vec{u}$

- 1- a) En utilisant le théorème de Gauss, établir l'expression du champ électrique créé par (S) pour $r > R$.
b) En déduire l'expression du potentiel électrique $V(r)$ pour cette région.
2. a) Calculer le flux F_1 du champ électrique à travers la sphère, de centre O et de rayon $R_1=30\text{ cm}$, sachant que $E(R_1)=4,103\text{ V/m}$.
b) Quelle relation y a-t-il entre le flux F_1 et le flux F_2 du champ électrique à travers la sphère de centre O et de rayon R_2 ($R_2 > R_1$) ?
3. a) Calculer Q la charge totale de (S), ainsi que sa densité volumique de charge ρ .
b) Calculer les potentiels $V(R_1)$ et $V(R_2)$ pour $R_2 = 2 R_1$.

Exercice 2(ÉLECTROCINÉTIQUE) : 10 points

Soit le réseau ci-dessous constitué de résistances, de générateurs de courant et de tension :



1. Après avoir transformé et représenté le circuit pour appliquer la méthode des courants fictifs de mailles, donner le nombre de mailles indépendantes m .
2. Etablir l'équation matricielle pour calculer les courants fictifs J_1 , J_2 et J_3 . En déduire les valeurs de ces courants fictifs.
3. En déduire les courants de branches I_1 , I_2 , I_3 , I_4 , I_5 et I_6 par l'utilisation des relations de couplage avec les courants fictifs de mailles.
4. Déterminer les d.d.p suivantes : U_{BD} , U_{AD} , U_{AC}

Kone

Proposition de Correction Au Devoir d'électricité 2024-2025.

Exercice 1 (Electrostatique)

1-a) Expression du champ électrique
créé par (S) pour $r > R$.

D'après le théorème de Gauss, on a:

$$\phi = \oint_{SG} \vec{E} \cdot d\vec{s}' = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E_{SG} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\begin{aligned} E &= \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \\ \vec{E} &= \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \vec{e}_r \end{aligned}}$$

1-b) Expression du potentiel
électrique.

on sait que

$$\vec{E} = -\text{grad} V$$

$$dV = - \vec{E}' d\vec{r}'$$

$$dV = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} d\vec{r}'$$

$$\int_{\infty}^r dV = - \int_{\infty}^r \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} d\vec{r}'$$

$$V(r) - V(\infty) = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[- \frac{1}{r} \right] + \text{conste}$$

$$\boxed{V(r) = \frac{Q}{4\pi r \epsilon_0}} \quad \textcircled{1} \text{ Car } V(\infty) = 0 \Rightarrow \text{conste} = 0$$

2-a) Calculons $F_1(R_1)$

$$F_1 = \oiint_{R_1} \vec{E}(R_1) d\vec{s}' = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad \textcircled{2}$$

$$F_1 = E(R_1) 4\pi R_1^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{F_1 = E(R_1) 4\pi R_1^2}$$

AN: $F_1 = 4,64 \cdot 10^3 \text{ N}$

2-b) Relation entre F_1 et F_2 .

$$F_1 = F_2.$$

3) a) * Calculons la charge totale :

$$F_1 = \frac{Q}{\epsilon_0} \text{ d'après l'équation ②.}$$

Donc $\boxed{Q = F_1 \epsilon_0}$

$$\underline{Q = 41 \text{ nC.}}$$

* sa densité volumique.

On sait que

$$\Delta Q = \rho \Delta V \text{ (Répartition Volumique)}$$

$$Q = \rho V$$

$$Q = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$$

Donc $\boxed{\rho = \frac{3Q}{4\pi R^3}}$

$$\underline{\underline{\rho = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^3}}$$

3-b) les potentiels $V(R_1)$ et $V(R_2)$

* $V(R_1)$:

on avait $V(r) = \frac{Q}{4\pi r \epsilon_0}$ d'après l'équation ①

Donc $V(R_1) = \frac{Q}{4\pi R_1 \epsilon_0}$

$$\underline{V(R_1) = 1230 \text{ V}}$$

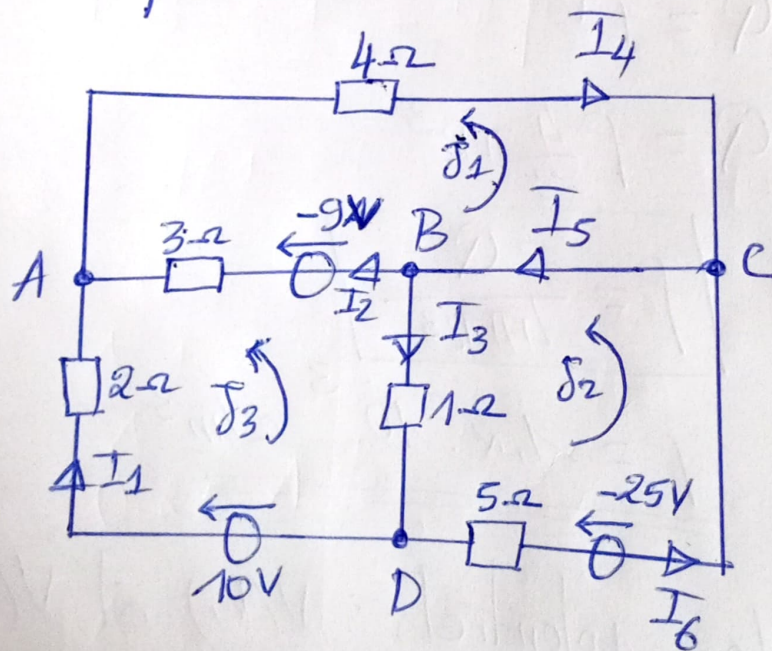
$$V(R_2) = \frac{Q}{4\pi\epsilon R_1\epsilon_0}$$

$$= \frac{V(R_1)}{2}$$

$$\underline{V(R_2) = 615 \text{ V}}$$

Exercice 2

1/ * Transformation :



* Nombre de maille indépendantes m:

$$m = B - (N - 1).$$

B: Nombre de branche

N: Nombre de nœuds

Donc: $B = 6$ et $N = 4$.

Ainsi $m = 6 - (4 - 1)$

$$= 6 - 3$$

$$\underline{m = 3}$$

2) L'équation matricielle:

$$[R_{ij}][J_i] = [E_i]$$

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & -3 \\ 0 & 6 & -1 \\ -3 & -1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 25 \\ -19 \end{bmatrix}$$

Déterminons J_1 , J_2 et J_3 par la méthode de Cramer.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 0 & -3 \\ 0 & 6 & -1 \\ -3 & -1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = 191$$

$$\Delta J_1 = \begin{vmatrix} 9 & 0 & -3 \\ 25 & 6 & -1 \\ -19 & -1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\Delta J_1 = 48$$

$$\Delta J_2 = \begin{vmatrix} 7 & 9 & -3 \\ 0 & 25 & -1 \\ -3 & -19 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= 719$$

$$\Delta J_3 = \begin{vmatrix} 7 & 0 & 9 \\ 0 & 6 & 25 \\ -3 & -1 & -19 \end{vmatrix}$$

$$\Delta J_3 = -461$$

$$J_1 = \frac{\Delta J_1}{\Delta}$$

$$J_1 = 0,25 \text{ A}$$

$$J_2 = \frac{\Delta J_2}{\Delta}$$

$$J_2 = 3,76 \text{ A}$$

$$J_3 = \frac{\Delta J_3}{\Delta}$$

$$J_3 = -2,41 \text{ A}$$

3) Deduisons les courants I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 et I_6 :

$$\bullet I_1 = -J_3$$

$$\underline{\underline{I_1 = 2,41 A}}$$

$$\bullet I_2 = J_3 - J_1 \\ = -2,41 - 0,25$$

$$\underline{\underline{I_2 = -2,66 A}}$$

$$\bullet I_3 = J_2 - J_3 \\ = 3,76 + 2,41$$

$$\underline{\underline{I_3 = 6,17 A}}$$

$$\bullet I_4 = -J_1$$

$$\underline{\underline{I_4 = -0,25 A}}$$

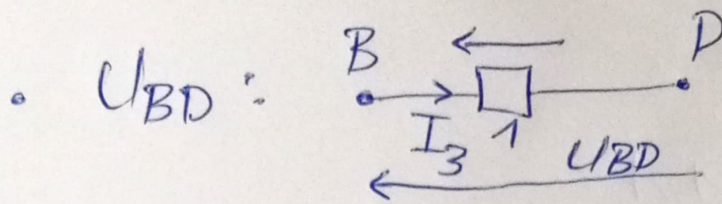
$$\bullet I_5 = J_2 - J_1 \\ = 3,76 - 0,25$$

$$\underline{\underline{I_5 = 3,51 A}}$$

$$\bullet I_6 = J_2$$

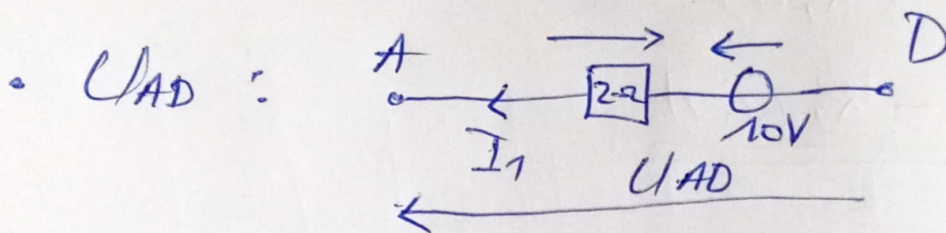
$$\underline{\underline{I_6 = 3,76 A}}$$

4) Déterminons les d.d.p :
 U_{BD} , U_{AD} et U_{AC} .



$$U_{BD} = 1 \times I_3 = I_3$$

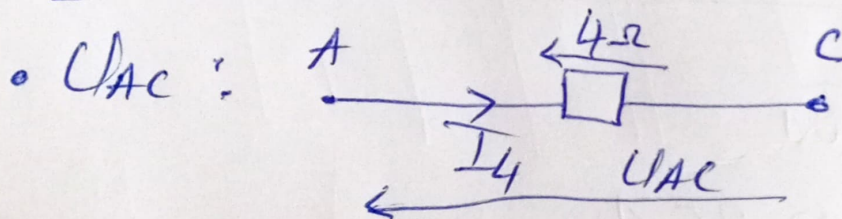
$$\boxed{U_{BD} = 6,17 \text{ V}}$$



$$U_{AD} = -2I_1 + 10$$

$$= -2(2,41) + 10$$

$$\boxed{U_{AD} = 5,18 \text{ V}}$$



$$U_{AC} = 4(I_4)$$

$$= 4(-0,25)$$

$$\boxed{U_{AC} = -1 \text{ V}}$$