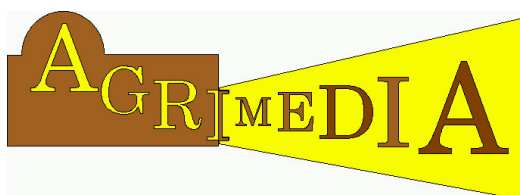
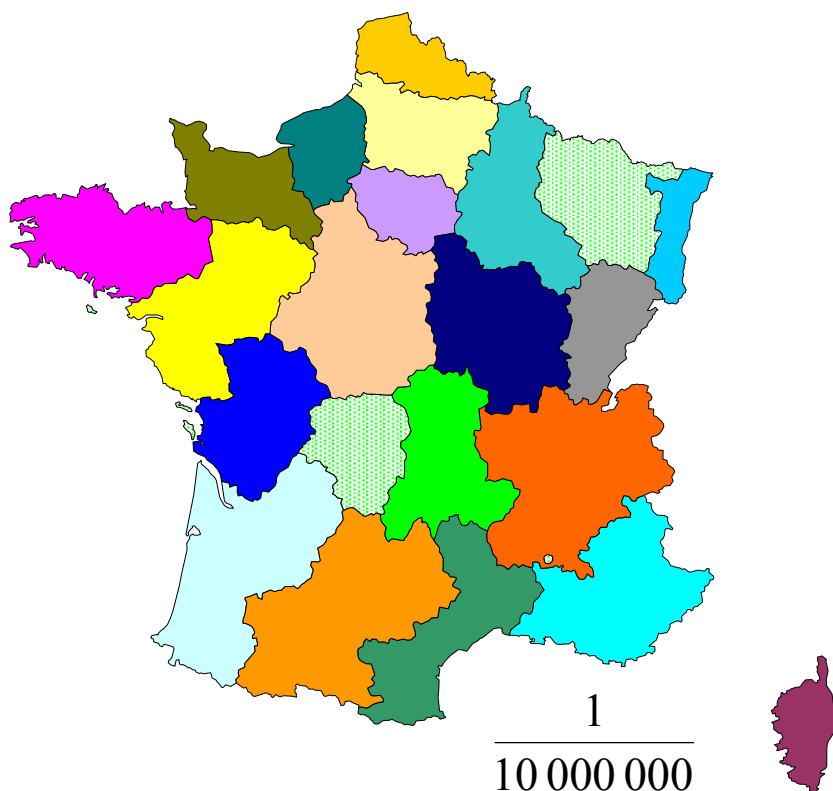


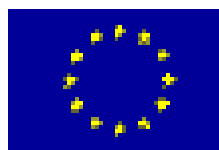
PROPORTIONNALITÉ



LES PROPORTIONS, LA RÈGLE DE TROIS



Tous droits réservés au réseau AGRIMÉDIA



Dossier n°1
Juin 2005

Conçu et réalisé par :
Marie-Christine LIEFOOGHE
Bruno VANBAELINGHEM
Annie VANDERSTRAELE

C.D.R. AGRIMEDIA	PROPORTIONNALITÉ Les proportions, la règle de trois	Apprentissage
---------------------	--	---------------

Objectifs :

- Savoir reconnaître une situation de proportionnalité
- Savoir appliquer la « *règle de trois* »

Contenu :

- Découvrir la notion de proportionnalité
- Utiliser la « *règle de trois* »
- Exercices d'application avec corrections

NOTION DE PROPORTIONNALITÉ

Chapitre 1

Exemple :

Le tableau suivant indique les quantités d'ingrédients nécessaires pour préparer des crêpes pour 2, 4, 6 ou 8 personnes :



	1 ^{ère} colonne	2 ^{ème} colonne	3 ^{ème} colonne	4 ^{ème} colonne
Nombre de personnes	2	4	6	8
Ingrédients				
Farine	250 g	500 g	750 g	1 000 g
Oeufs	3	6	9	12
Lait	50 cl	100 cl	150 cl	200 cl
Sucre	40 g	80 g	120 g	160 g

Examinons la 1^{ère} colonne et la 2^{ème} colonne de ce tableau.

Nous constatons que : **4 personnes** = **2 x 2 personnes**

Pour obtenir les **quantités d'ingrédients nécessaires pour 4 personnes**, nous avons dû **multiplier par 2 (doubler)** les **quantités d'ingrédients nécessaires pour 2 personnes**.

Nous avons ainsi obtenu :

c'est-à-dire :

1 ^{ère} colonne	x 2	=	2 ^{ème} colonne
250 g de farine	x 2	=	500 g de farine
3 œufs	x 2	=	6 œufs
50 cl de lait	x 2	=	100 cl de lait
40 g de sucre	x 2	=	80 g de sucre

De même (3^{ème} colonne) :

$$6 \text{ personnes} = 3 \times 2 \text{ personnes}$$

Pour obtenir les **quantités d'ingrédients nécessaires pour 6 personnes**, nous avons dû multiplier par 3 (tripler) les **quantités d'ingrédients nécessaires pour 2 personnes**.

Nous avons ainsi obtenu :

c'est-à-dire : $1^{\text{ère}} \text{ colonne} \times 3 = 3^{\text{ème}} \text{ colonne}$

$$250 \text{ g de farine} \times 3 = 750 \text{ g de farine}$$

$$3 \text{ œufs} \times 3 = 9 \text{ œufs}$$

$$50 \text{ cl de lait} \times 3 = 150 \text{ cl de lait}$$

$$40 \text{ g de sucre} \times 3 = 120 \text{ g de sucre}$$

Enfin pour obtenir les **quantités d'ingrédients nécessaires pour 8 personnes**, nous devons multiplier par 4 les **quantités d'ingrédients nécessaires pour 2 personnes**.

Nous obtenons ainsi :

c'est-à-dire : $1^{\text{ère}} \text{ colonne} \times 4 = 4^{\text{ème}} \text{ colonne}$

$$250 \text{ g de farine} \times 4 = 1\,000 \text{ g de farine}$$

$$3 \text{ œufs} \times 4 = 12 \text{ œufs}$$

$$50 \text{ cl de lait} \times 4 = 200 \text{ cl de lait}$$

$$40 \text{ g de sucre} \times 4 = 160 \text{ g de sucre}$$



En résumé, nous pouvons dire que :

les quantités d'ingrédients sont **proportionnelles** au nombre de personnes.

En effet, lorsque :

- ✿ le nombre de personnes est multiplié par 2, les quantités sont aussi multipliées par 2
- ✿ le nombre de personnes est multiplié par 3, les quantités sont aussi multipliées par 3
- ✿ le nombre de personnes est multiplié par 4, les quantités sont aussi multipliées par 4
- ✿ le nombre de personnes est multiplié par 5, les quantités sont aussi multipliées par 5...

et ainsi de suite...

Voici d'autres exemples de situations de **proportionnalité** :

- le prix d'un plein de carburant est proportionnel au nombre de litres mis dans le réservoir de votre véhicule,
- le volume d'eau débité par une pompe est proportionnel au temps de fonctionnement,
- le prix d'un terrain est proportionnel à sa superficie,
- la quantité de désherbant à utiliser est proportionnelle à la surface à traiter,
- à vitesse constante, la distance parcourue par un véhicule est proportionnelle au temps du trajet,
- ...



Attention !!!

toutes les situations ne sont pas proportionnelles :

- la taille d'un enfant varie en fonction de son âge, **mais** n'est pas proportionnelle à son âge : la taille d'un enfant de 6 ans n'est pas le double de celle d'un enfant de 3 ans,
- le temps nécessaire à la cuisson de 5 œufs durs ne se calcule pas en multipliant par 5 le temps nécessaire à la cuisson d'un œuf.

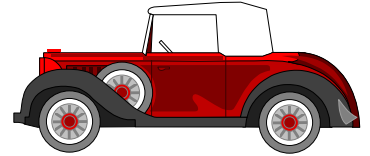
On dira que deux valeurs sont proportionnelles si en doublant l'une,
la seconde double aussi.

LA RÈGLE DE TROIS

Chapitre 2

Voyons dans les deux exemples suivants, comment appliquer la « règle de trois » à des situations de proportionnalité.

1^{er} exemple : Une voiture consomme en moyenne **7,5 litres** de carburant pour parcourir **100 km**.



Combien de carburant consommera-t-elle pour un trajet de 240 km ?

Cet exemple correspond bien à une relation de proportionnalité entre :

- et
- la consommation de carburant
 - la distance parcourue.

En effet, à même vitesse, si :

- alors,
- pour **100 kilomètres** parcourus, la voiture consomme **7,5 litres**,
 - pour **200 kilomètres** parcourus, la voiture consomme **2 fois 7,5 litres** soit **15 litres**.

Etablissons un tableau appelé **TABLEAU DE PROPORTIONNALITÉ** dans lequel nous faisons apparaître les deux informations proportionnelles : la **distance** et la **consommation**.

Distance en kilomètres	Consommation en litres
100	7,5
200	15

Ce tableau permet de vérifier la règle dite du **PRODUIT** en **CROIX** :

Distance en kilomètres	Consommation en litres
100	7,5
200	15

Présentation :

- Dessinons une « **CROIX** » au centre du tableau.
- Vérifions l'égalité des « **PRODUITS** » des nombres situés aux extrémités des traits.

à savoir : $100 \times 15 = 200 \times 7,5$
 $1\ 500 = 1\ 500$

Reprenons le tableau pour calculer la quantité de carburant utilisée pour parcourir 240 km :

Distance en kilomètres	Consommation en litres
100	7,5
240	?

Appliquons la règle du **PRODUIT** en **CROIX**,

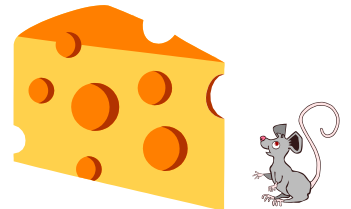
à savoir : $100 \times ? = 240 \times 7,5$

D'où : $?\ = \frac{240 \times 7,5}{100} = \frac{1\ 800}{100} = 18$

Pour parcourir 240 kilomètres, 18 litres de carburant sont nécessaires.

2^{ème} exemple : Dans une fromagerie, on utilise 20 kg de lait pour faire 4,6 kg de fromage.

Quelle masse de fromage fera-t-on avec 50 kg de lait ?



Cet exemple correspond bien à une relation de proportionnalité entre :

- et
- la quantité de fromage obtenu,
 - la quantité de lait utilisé.

Etablissons le **TABLEAU DE PROPORTIONNALITÉ**.

Quantité de lait utilisé en kilogrammes	Quantité de fromage obtenu en kilogrammes
20	4,6
50	?

$$20 \times ? = 50 \times 4,6$$

D'où : $?\ = \frac{50 \times 4,6}{20} = \frac{230}{20} = 11,5$

Avec 50 kilogrammes de lait, on obtient 11,5 kilogrammes de fromage.

Maintenant à vous !

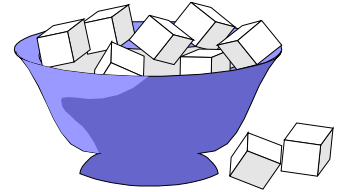
EXERCICES

Exercice 1

Pour obtenir 45 kg de sucre on a transformé 315 kg de betteraves.

Quelle masse de sucre obtiendrait-on à partir de 5,6 tonnes de betteraves ?

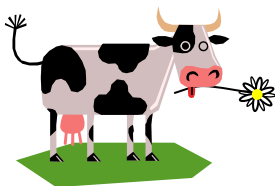
Rappel : une tonne = 1 000 kg



Exercice 2

Sachant que la masse d'une tige de fer de 14 mètres de long est 21 kg, déterminer la masse d'une tige de fer de 6 mètres.

Exercice 3

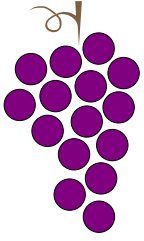


Trois éleveurs ont loué un pâturage pour 385 €. Ils possèdent 35 vaches à eux trois. Le premier en a 14, le deuxième en a 12 et le troisième en a 9.

Quelle est la part payée par chacun s'ils payent proportionnellement au nombre de vaches qu'ils possèdent ?

Voir réponses pages 10 et 11

Exercice 4



Il faut presser 25 kg de raisin pour obtenir 22,5 litres de vin.

- 1) Combien de kilogrammes de raisin faudra-t-il presser pour obtenir 40 litres de vin ?
- 2) Combien de litres de vin seront obtenus en pressant 185 kg de raisin ?



Exercice 5



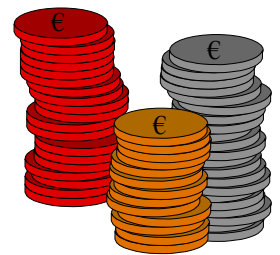
Un bâton de 1,50 m de hauteur projette une ombre de 1,32 m sur le sol.

Quelle est la hauteur d'un arbre dont l'ombre, à cet instant, mesure 8,40 m ?

Exercice 6

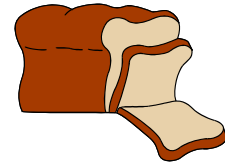
Patricia, Gérard et Philippe ont gagné 8 000 € au loto.
La première avait misé 1,4 €, le second 5,6 € et le troisième 3 €.

Partagez le gain proportionnellement à la mise de chacun.



Voir réponses pages 12 et 13

Exercice 7



Compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

Blé	Farine	Pain
100 kg	80 kg	95,6 kg
250 kg		

Terre	Silice	Argile	Calcaire	Humus
100 g	60 g	20 g	5 g	10 g
250 g				

Exercice 8

Quatre associés ont engagé des capitaux dans une affaire :

- le premier : 4 000 €
- le second : 5 000 €
- le troisième : 6 000 €
- le quatrième : 8 000 €

Partager proportionnellement aux capitaux engagés un bénéfice de 3 450 € entre ces quatre associés.

Voir réponses pages 14 et 15

RÉPONSES

Exercice 1

*Pour obtenir 45 kg de sucre on a transformé 315 kg de betteraves.
 Quelle masse de sucre obtiendrait-on à partir de 5,6 tonnes de betteraves ?*

5,6 t = 5 600 kg

Masse de betteraves en kg	Masse de sucre en kg
315	45
5 600	?

Effectuons le produit en croix : $315 \times ? = 5\,600 \times 45$

D'où : $?\ = \frac{5\,600 \times 45}{315} = \frac{252\,000}{315} = 800$

A partir de 5,6 tonnes de betteraves, on obtient 800 kg de sucre.

Exercice 2

Sachant que la masse d'une tige de fer de 14 mètres de long est 21 kg, déterminer la masse d'une tige de fer de 6 mètres.

Longueur de la tige en m	Masse de la tige en kg
14	21
6	?

Effectuons le produit en croix : $14 \times ? = 6 \times 21$

D'où : $?\ = \frac{6 \times 21}{14} = \frac{126}{14} = 9$

La masse d'une tige de fer de 6 mètres est 9 kilogrammes.

Exercice 3

Trois éleveurs ont loué un pâturage pour 385 €. Ils possèdent 35 vaches à eux trois.

Le premier en a 14, le deuxième en a 12 et le troisième en a 9.

Quelle est la part payée par chacun s'ils payent proportionnellement au nombre de vaches qu'ils possèdent ?

Chaque éleveur paiera proportionnellement au nombre de vaches qu'il possède.

Ainsi pour le premier éleveur, nous pouvons établir le tableau de proportionnalité suivant :

Nombre de vaches	Prix de la location en €
35	385
14	?

Effectuons le produit en croix : $35 \times ? = 14 \times 385$

D'où : $?\ = \frac{14 \times 385}{35} = \frac{5\,390}{35} = 154$

Pour 14 vaches, le premier éleveur paiera 154 €.

Le même raisonnement peut être appliqué pour les deux autres éleveurs.

La part du deuxième éleveur sera :

$$? = \frac{12 \times 385}{35} = \frac{4\,620}{35} = 132$$

Pour 12 vaches, le deuxième éleveur paiera 132 €.

La part du troisième éleveur sera :

$$? = \frac{9 \times 385}{35} = \frac{3\,465}{35} = 99$$

Pour 9 vaches, le troisième éleveur paiera 99 €.

Vérification : $154 + 132 + 99 = 385$ soit 385 €

Exercice 4

Il faut presser 25 kg de raisin pour obtenir 22,5 litres de vin.

1) Combien de kilogrammes de raisin faudra-t-il presser pour obtenir 40 litres de vin ?

Masse de raisin en kg	Quantité de vin en litres
25	22,5
?	40

Effectuons le produit en croix : $25 \times 40 = ? \times 22,5$

D'où :
$$? = \frac{25 \times 40}{22,5} = \frac{1000}{22,5} \simeq 44,4$$

Pour obtenir 40 litres de vin, il faut presser environ 44,4 kg de raisin.

2) Combien de litres de vin seront obtenus en pressant 185 kg de raisin ?

Effectuons le produit en croix : $25 \times ? = 185 \times 22,5$

D'où :
$$? = \frac{185 \times 22,5}{25} = \frac{4\,162,5}{25} = 166,5$$

En pressant 185 kg de raisin, on obtient 166,5 litres de vin.

Exercice 5

*Un bâton de 1,50 m de hauteur projette une ombre de 1,32 m sur le sol.
 Quelle est la hauteur d'un arbre dont l'ombre, à cet instant, mesure 8,40 m ?*

Hauteur en mètres	Longueur de l'ombre en mètres
1,50	1,32
?	8,40

$$? = \frac{1,50 \times 8,40}{1,32} = \frac{12,6}{1,32} \simeq 9,55$$

La hauteur de cet arbre est environ 9,55 m.

Exercice 6

Patricia, Gérard et Philippe ont gagné 8 000 € au loto.
 La première avait misé 1,4 €, le second 5,6 € et le troisième 3 €.

Partagez le gain proportionnellement à la mise de chacun.

Calculons la mise totale : $1,4 + 5,6 + 3 = 10$ soit 10 €

Calculons d'abord le gain de Patricia :

Montant de la mise en €	Montant du gain en €
10	8 000
1,4	?

Effectuons le produit en croix : $10 \times ? = 1,4 \times 8\,000$

D'où : $?\ = \frac{1,4 \times 8\,000}{10} = \frac{11\,200}{10} = 1\,120$

Le gain de Patricia est 1 120 € pour une mise de 1,4 €.

Le même raisonnement peut être appliqué pour les deux autres joueurs.

La part de Gérard sera : $?\ = \frac{5,6 \times 8\,000}{10} = \frac{44\,800}{10} = 4\,480$

Le gain de Gérard est 4 480 € pour une mise de 5,6 €.

La part de Philippe sera : $?\ = \frac{3 \times 8\,000}{10} = \frac{24\,000}{10} = 2\,400$

Le gain de Philippe est 2 400 € pour une mise de 3 €.

Vérification : $1\,120 + 4\,480 + 2\,400 = 8\,000$ soit 8 000 €

Exercice 7

Compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

Blé	Farine	Pain
100 kg	80 kg	95,6 kg
250 kg	$\frac{250 \times 80}{100} = 200 \text{ kg}$	$\frac{250 \times 95,6}{100} = 239 \text{ kg}$

Terre	Silice	Argile	Calcaire	Humus
100 g	60 g	20 g	5 g	10 g
250 g	$\frac{250 \times 60}{100} = 150 \text{ g}$	$\frac{250 \times 20}{100} = 50 \text{ g}$	$\frac{250 \times 5}{100} = 12,5 \text{ g}$	$\frac{250 \times 10}{100} = 25 \text{ g}$

Exercice 8

Quatre associés ont engagé des capitaux dans une affaire :

- le premier : 4 000 €
- le second : 5 000 €
- le troisième : 6 000 €
- le quatrième : 8 000 €

Partager proportionnellement aux capitaux engagés un bénéfice de 3 450 € entre ces quatre associés.

Calculons la somme totale engagée par les quatre associés :

$$4\,000 + 5\,000 + 6\,000 + 8\,000 = 23\,000 \quad \text{soit } 23\,000 \text{ €}$$

Part du premier :

Bénéfice en €	Somme engagée en €
3 450	23 000
?	4 000

$$? = \frac{3\,450 \times 4\,000}{23\,000} = \frac{13\,800\,000}{23\,000} = 600$$

La part du premier est 600 € pour un capital engagé de 4 000 €.

Le même raisonnement est appliqué pour les trois autres associés.

Part du deuxième :

$$? = \frac{3\,450 \times 5\,000}{23\,000} = \frac{17\,250\,000}{23\,000} = 750$$

La part du deuxième est 750 € pour un capital engagé de 5 000 €.

Part du troisième :

$$? = \frac{3\,450 \times 6\,000}{23\,000} = \frac{20\,700\,000}{23\,000} = 900$$

La part du troisième est 900 € pour un capital engagé de 6 000 €.

Part du quatrième :

$$? = \frac{3\,450 \times 8\,000}{23\,000} = \frac{27\,600\,000}{23\,000} = 1\,200$$

La part du quatrième est 1 200 € pour un capital engagé de 8 000 €.

Vérification : $600 + 750 + 900 + 1\,200 = 3\,450$ soit 3 450 €



Fin.