

L'épreuve comporte deux grandes parties réparties sur deux pages et est notée sur 20.

PARTIE A : Évaluation des ressources (15points)

Exercice 1 : (6 points)

I- Pour chaque question suivante, trois réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est juste. Recopier le numéro de la question suivi de la lettre qui correspond à la réponse juste.

1. La forme canonique du polynôme $x^2 + x - 2$ est :

- a) $(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$; b) $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$; c) $(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$. **0,5 pt**

2. L'équation $-\frac{18}{39}x^2 + \sqrt{3}x + \frac{41}{109}$ admet dans \mathbb{R} :

- a) Deux solutions ; b) Une seule solution ; c) Zéro solution. **0,5 pt**

3. Deux nombres réels positifs, dont la somme est 21 et le produit 104, sont solutions de l'équation :

- a) $x^2 - 104x - 21 = 0$; b) $x^2 + 21x + 104 = 0$; c) $x^2 - 21x + 104 = 0$. **0,5 pt**

4. L'ensemble solution de l'inéquation $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ est :

- a) \mathbb{R} ; b) \emptyset ; c) $\{1\}$; **0,5 pt**

5. Le couple $(x; y)$ de nombres réels solution du système $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -x + 3y = 1 \end{cases}$ est :

- a) $(1; 2)$; b) $(2; 1)$; c) $(3; 4)$. **0,5 pt**

II- Une urne contient 5 boules distinctes et indiscernables au toucher : 2 boules vertes et 3 boules rouges.

1. On tire au hasard et simultanément 2 boules de l'urne.

a) Combien de tirages différents peut-on ainsi effectuer ? **0,75 pt**

b) Déterminer le nombre de tirages différents pour lesquels les 2 boules sont de couleurs différentes. **0,5 pt**

c) Déterminer le nombre de tirages différents pour lesquels les 2 boules sont de même couleur. **0,5 pt**

2. On tire au hasard et successivement 2 boules sans remise.

a) Combien de tirages différents peut-on ainsi effectuer ? **0,75 pt**

b) Déterminer le nombre de tirages différents pour lesquels les 2 boules sont de couleurs différentes. **0,5 pt**

c) Déterminer le nombre de tirages différents pour lesquels les 2 boules sont de même couleur. **0,5 pt**

Exercice 2 : (4 points)

A l'issu d'une évaluation, les notes (sur 20) de Mathématiques obtenues par 100 élèves d'une classe de première littéraire ont été regroupées en classes dans le tableau suivant :

Notes	[0; 4[[4; 8[[8; 12[[12; 16[[16; 20[
Fréquences (f_i)	10%	30%	20%	25%	15%

1.a) Calculer la moyenne de cette série

0,5 pt

b) Calculer la variance et l'écart-type de cette série

1 pt

2. Reproduire et compléter le tableau avec les fréquences cumulées croissantes. **0,75 pt**
3. Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes. **1,25 pt**
4. Déterminer par lecture graphique la médiane de cette série. **0,5 pt**

Exercice 3 : (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité sur les axes, 1 cm. Soit f la fonction définie sur $[-1; 5]$ par : $f(x) = -x^2 + 4x - 1$. On note (C) sa courbe représentative.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$ **1 pt**
2. Déterminer la fonction dérivée f' de f et dresser son tableau de variations. **1,5 pt**
3. Déterminer une équation cartésienne de la tangente à (C) au point d'abscisse 3. **0,75 pt**
4. Construire (C). **1 pt**
5. Construire sur le même repère la courbe de la fonction g définie par : $g(x) = f(x - 1)$. **0,75 pt**

PARTIE B : Évaluation des compétences (5points)

Situation:

Pour la réalisation d'un projet de construction, Monsieur AKONO avait placé une somme de 8 064 000 FCFA dans une banque à intérêts annuels composés. Malheureusement, il décède trois mois plus tard. Dans le but de réaliser ce projet, son épouse décide de retirer, deux ans plus tard, cette somme pour acheter un terrain rectangulaire de 2016 m² dont la longueur dépasse la largeur de 6 m. Mais lors du retrait, elle est agréablement surprise de constater que l'argent placé par son défunt époux a produit en deux ans un intérêt de 423 360 FCFA et elle se demande bien quel intérêt elle obtiendrait au bout d'un an si elle place aussi dans cette banque, la même somme que son défunt époux.

Madame AKONO veut entourer le terrain rectangulaire qu'elle vient d'acheter, de piquets régulièrement espacés de 6 m en mettant un piquet à chaque coin du terrain. Par ailleurs, elle aimerait utiliser l'intérêt perçu (423 360 FCFA) pour acheter un camion de sable et 48 sacs de ciment. Elle se rappelle que son amie a acheté, il y a de cela quelques jours, aux mêmes prix deux camions de sable et 20 sacs de ciment pour un montant total de 466 720 FCFA.

Tâches :

1. Quel est l'intérêt qu'obtiendrait Madame AKONO au bout d'un an, si elle plaçait la même somme que son époux dans cette banque ? **1,5 pt**
2. De combien de piquets Madame AKONO a-t-elle besoin pour entourer son terrain ? **1,5 pt**
3. Quel est le prix d'un sac de ciment et celui d'un camion de sable que Madame AKONO doit prévoir pour faire ses achats ? **1,5 pt**

Présentation :

0,5 pt

L'épreuve comporte deux parties indépendantes réparties sur deux pages.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : 3,75 points

E est un plan vectoriel dont une base est $B = (\vec{i}, \vec{j})$.

- I) Soit f l'endomorphisme de E défini par $f(\vec{u}) = (-5x + 4y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$ avec $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.
- 1) Déterminer la matrice A de f dans la base B. 0,5 pt
 - 2) Montrer que A est inversible et déterminer sa matrice inverse A^{-1} . 0,75 pt
- II) Soit g l'endomorphisme de E défini par $g(\vec{i}) = f(\vec{i}) - \vec{i}$ et $g(\vec{j}) = f(\vec{j}) - \vec{j}$.
- 1) Montrer que $\ker g$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{e}_1 = -2\vec{i} - 3\vec{j}$. 0,5 pt
 - 2) Montrer que $\text{Im} g$ est une droite vectorielle dont on une base est $\vec{e}_2 = 2\vec{i} - \vec{j}$. 0,5 pt
 - 3) Soit $B' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.
 - a) Montrer que B' est une base de E. 0,25 pt
 - b) Montrer que $g(\vec{e}_2) = -8\vec{e}_2$. 0,5 pt
 - c) En déduire la matrice C de g dans la base B' . 0,25 pt
 - d) Déterminer la matrice A' de f dans la base B' . 0,5 pt

EXERCICE 2 : 3,25 points

Le professeur principal d'une classe de première C d'un établissement Secondaire a réalisé une enquête portant sur le nombre d'heures d'absence de ses élèves au cours du premier trimestre. Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau suivant avec des données manquantes:

Nombre d'heures d'absence	[0; 3[[3; 6[[6; 9[[9; 12[[12; 15[
Nombre d'élèves	18			20	
Effectifs cumulés croissants		26		58	60

- 1) Recopier et compléter le tableau ci-dessus. 1,25 pt
- 2) Calculer le nombre moyen d'heures d'absence. (Arrondir le résultat à l'unité supérieure). 0,5 pt
- 3) Déterminer la médiane de cette série statistique. 0,5 pt
- 4) On choisit au hasard et simultanément cinq élèves parmi les 60 pour constituer un groupe d'étude. Déterminer le nombre de groupes d'étude que l'on peut former contenant au moins deux élèves ayant moins de neuf heures d'absence et contenant au moins deux élèves ayant au moins neuf heures d'absence. 1 pt

EXERCICE 3 : 5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , unité sur les axes 1cm.

Soient A(0 ;6), B(-2 ; -4) et C(-3 ; -3) trois points du plan.

- I) 1) Déterminer une équation cartésienne de l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $AM^2 + BM^2 = 102$. 0,5 pt
- 2) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (Γ) . 0,5 pt
- II) Soit la fonction f définie par $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ pour tout réel $x \neq -1$, où a , b et c sont trois réels. Déterminer les réels a , b et c pour que la courbe de f passe par les points A, B et admet au point C une tangente parallèle à l'axe (O, \vec{i}) . 0,75 pt
- III) Soit g la fonction définie de IR vers IR par $g(x) = \frac{x^2+3x+6}{x+1}$.

- 1-i) Déterminer les limites de g en $-\infty$, $+\infty$, -1^- et -1^+ . 1 pt
 ii) En déduire une équation de l'asymptote verticale à la courbe de g . 0,25 pt
 2) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à la courbe de g . 0,25 pt
 3) Etudier le sens de variations de la fonction g sur chacun des intervalles où elle est définie. On dressera le tableau de variations de la fonction g . 1 pt
 4) Construire la courbe de la fonction g et la droite (D) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . 0,75 pt

EXERCICE 4 : 3 points

ABCDEFGH est un cube de sens direct d'arête 1.

Soit $\mathcal{R} = (A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$ un repère orthonormé. On note I et J les milieux respectifs des segments [AD] et [FG].

1) Déterminer les coordonnées des points I, J, C et H dans le repère \mathcal{R} . 1 pt

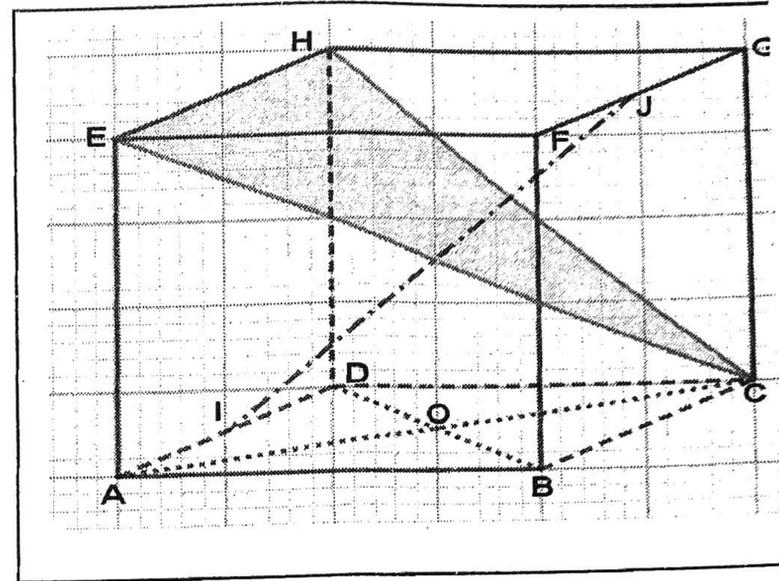
2) Calculer les produits scalaires $\vec{IJ} \cdot \vec{HC}$ et $\vec{IJ} \cdot \vec{EC}$. 0,5 pt

3) En déduire que la droite (IJ) est orthogonale au plan (EHC). 0,25 pt

4) Ecrire une équation cartésienne du plan (EHC). 0,5 pt

5) Ecrire une représentation paramétrique de la droite (IJ). 0,25 pt

6) On désigne par P, le point d'intersection de la droite (IJ) et le plan (EHC). Déterminer la hauteur du tétraèdre IEHC. 0,5 pt



0,5 pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

Situation :

M. ATEBA ouvre trois comptes en fin janvier 2019 pour la préparation des inscriptions en début du mois de septembre 2020 dans un Institut Supérieur de ses trois enfants PIERRE, AGNES et ARNAUD. Ces enfants seront inscrits respectivement en première, deuxième et troisième année et de pensions respectives 350 000 FCFA, 375 000 FCFA et 500 000 FCFA.

- Dans le premier compte logé dans une association villageoise, il dépose la somme de 200 000 FCFA en fin janvier 2019. A la fin de chaque mois, ce montant augmente de 5% par rapport au mois précédent. M. ATEBA compte payer la pension de PIERRE avec la totalité du montant consolidé en début du mois de septembre 2020.
- Dans le second compte qui est son propre coffre, il dépose la somme de 50 000 FCFA en fin janvier 2019. A la fin de chaque mois, il verse la somme de 25 000 FCFA déduite de son salaire mensuel. M. ATEBA compte payer la pension de son fils ARNAUD en début du mois de septembre 2020 à l'aide de la somme contenue dans ce coffre.

Par ailleurs, M. ATEBA fait un travail parallèle dont la rémunération au premier mois (fin janvier 2019) est de 80 000 FCFA et pour les autres mois, il y a une augmentation fixe 8 000 FCFA par mois. Cette somme est déposée dans le troisième compte (appelé compte personnel). Tout le montant cumulé en début du mois de septembre 2020 dans ce compte permettra à M. ATEBA de payer la pension de sa fille AGNES.

Tâches :

- 1) La totalité d'argent contenu dans le premier compte jusqu'en début du mois de septembre 2020 pourra-t-elle permettre à M. ATEBA de payer la pension de son fils PIERRE ? 1,5 pt
- 2) La totalité d'argent contenu dans le second compte jusqu'en début du mois de septembre 2020 pourra-t-elle permettre à M. ATEBA de payer la pension de son fils ARNAUD ? 1,5 pt
- 3) La totalité d'argent contenu dans le troisième compte jusqu'en début du mois de septembre 2020 pourra-t-elle permettre à M. ATEBA de payer la pension de sa fille AGNES ? 1,5 pt

Présentation :

A) ÉVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

EXERCICE 1 : 3 points

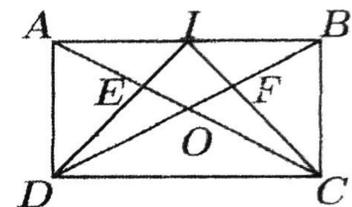
On lance deux fois un dé non truqué à six faces portant chacune (de façon distincte), un des nombres $-\frac{17}{3}$; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 . On désigne par a le résultat du premier lancé et par b celui du deuxième lancé.

On forme alors la fonction numérique f à variable réelle, définie par $f(x) = \frac{ax^2+bx+4}{2x-3}$.

1. Combien de telles fonctions peut-on former au total ? **1 pt**
2. Combien de telles fonctions sont-elles des fonctions homographiques ? **1 pt**
3. a) Déterminer l'ensemble de définition de f . **0,25 pt**
b) Déterminer le couple (a, b) pour lequel $f(x) = x - \frac{4}{3}$ pour $x \neq \frac{3}{2}$. **0,75 pt**

EXERCICE 2 : 3,5 points

$ABCD$ est un rectangle de centre O . I est le milieu de $[AB]$. Les droites (AC) et (DI) se coupent en E ; les droites (BD) et (IC) se coupent en F .



1. Déterminer l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe (OI) . **0,5 pt**
2. Montrer que le point F est le centre de gravité du triangle ABC . **0,5 pt**
3. En déduire que E est le centre de gravité du triangle BAD . **0,5 pt**
4. Soit h l'homothétie de centre O qui transforme A en E .
a. Montrer que les droites (EF) et (AB) sont parallèles. **0,5 pt**
b. Déterminer $h(B)$. **0,5 pt**
5. Soit $K = \text{bar}\{(A, 2); (B, 3); (C, 1)\}$. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $\|2\vec{MA} + 3\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{NA} - \vec{NB}\|$. **1 pt**

EXERCICE 3 4 points

Soit (P_n) la suite définie par : $\begin{cases} P_0 = 5\,000 \\ P_{n+1} = 1,1P_n + 500 \text{ pour tout entier naturel } n \end{cases}$

1. Soit (Q_n) la suite définie par : $Q_n = P_n + 5\,000$.
a) Montrer que (Q_n) est une suite géométrique dont le premier terme et la raison doivent être précisés. **1 pt**
b) Exprimer Q_n en fonction de n , puis en déduire que $P_n = 10\,000 \times 1,1^n - 5\,000$. **1 pt**
2. Une réserve artificielle de poissons avait été inaugurée le 1^{er} janvier 2015 avec 5 000 poissons. Chaque année, ces poissons augmentent (par reproduction) de 10% dans la réserve, et la branche du fleuve qui l'alimente y apporte 500 nouveaux poissons.
Combien de poissons comptera cette réserve le 1^{er} janvier 2030 ? **2 pts**

EXERCICE 4 :**4,5 points**

On définit sur $]-\infty; \frac{3}{2}[\cup]\frac{3}{2}; +\infty[$ la fonction f : par $f(x) = \frac{2x^2 - 2x + 4}{2x - 3}$. et on désigne par C_f sa courbe dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Unité sur les axes : 1 cm

1. a) Démontrer que le point $\Omega(\frac{3}{2}; 2)$ est un centre de symétrie de C_f . **0,5 pt**
- b) Déterminer la limite de f à droite en $\frac{3}{2}$ et la limite de f en $+\infty$. **0,5 pt**
- c) Démontrer que la droite $\Delta : y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à la courbe de f en $+\infty$; et justifie que la droite $\Delta' : x = \frac{3}{2}$ est asymptote à la courbe de f . **0,75 pt**
2. a) Déterminer l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée f' de f . **0,5 pt**
- b) Etudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in]\frac{3}{2}; +\infty[$. **0,5 pt**
- c) Dresser le tableau des variations de f sur $]\frac{3}{2}; +\infty[$. **0,75 pt**
- d) Construire la courbe de f sur $]\frac{3}{2}; +\infty[$ et la compléter pour l'avoir sur $\mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$. **1 pt**

B) EVALUATION DES COMPETENCES : 5 points**Situation :**

Un parc privé d'aire 750 m^2 a la forme d'un triangle rectangle dont le plus grand côté mesure 65 m . Dans ce parc, cohabitent exclusivement des rhinocéros, des taureaux et des oies tous normaux. On y compte 300 pattes, 100 têtes et 65 cornes. Pour sécuriser ce parc, le propriétaire a pour projet de l'entourer avec 3 rangés de fil barbelé qui se vend à 1250 FCFA le mètre sur le marché.

Le vétérinaire veut administrer à chaque oie une dose de vaccin contre la grippe aviaire ; cette dose est celle qui correspond à l'âge médian des oies du parc. La direction de ce parc a reparti par tranche d'âges, les oies dans le tableau ci-dessous.

Âges en année	$[0; 1[$	$[1; 2[$	$[2; 3[$	$[3; 4[$	$[4; 5[$
Effectif	12	11	4	13	10

Tâches :

1. Déterminer combien il lui faut pour acheter la quantité utile de fil barbelé. **1,5 pt**
2. Déterminer le nombre d'animaux de chaque espèce dans ce parc. **1,5 pt**
3. Déterminer l'âge qui correspond à la dose de vaccin que recevra chaque oie. **1,5 pt**

Présentation :**0,5 pt**