

ENSEA

UE: Chaînes de Markov

Responsable: Prof. Modeste N'ZI

Année Académique

2021/2022

ISE 2

Devoir

Juillet 2022

Durée: 2h00

Exercice 1 Soit la chaîne de Markov définie par la matrice de transition

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d & e & f \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 3/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

L'ensemble des états est $\{a, b, c, d, e, f\}$.

- 1) Classifier complètement la chaîne et ses états. (graphe de transition, classes de communication, états transitoires, états récurrents, graphe réduit, états absorbants, etc.).
- 2) a) déterminer la probabilité que la chaîne visite l'état e partant de l'état a ; $2/3$
b) déterminer la probabilité que la chaîne visite l'état f partant de l'état d ; $1/3$
c) déterminer le nombre moyen de transitions avant absorption partant de l'état d .

Exercice 2 (10 pts) Un grand cabinet conseil d'avocats propose un service gratuit de conseils. Chaque jour un avocat est détaché dans ce service. Un conseil demande en moyenne une demi-heure et sa durée suit une loi exponentielle. Une étude statistique a montré que les clients arrivent au rythme de 4 par heure, ces arrivées sont poissonniennes. On n'accepte qu'une personne en attente.

- 1) Quel type de file d'attente modélise le problème?
- 2) Quel est le nombre moyen de clients présents dans le système?
- 3) Quelle est la probabilité pour un client d'être servi sans attendre?
- 4) Au bout de quelques mois de fonctionnement de ce service, on s'est aperçu que les clients précédents reviennent ensuite (en clients payant évidemment). On décide donc de modifier le service et on y affecte deux avocats en permanence, et on supprime l'attente (un client qui arrive lorsque les 2 avocats sont occupés doit partir). Quel doit être alors le temps du conseil pour que les 2 avocats soient occupés simultanément 60% du temps ?